



ESCOLA NAVAL

talant de biẽ-faire



Hugo da Silva Ferreira

**Métodos de Mapeamento Conforme: Desenvolvimento
de uma Ferramenta Computacional para o Cálculo de
Coeficientes Hidrodinâmicos**

**Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciências Militares Navais,
na especialidade de Engenheiros Navais – Ramo de Mecânica**



Alfeite

2018



ESCOLA NAVAL

talant de bi-faire



Hugo da Silva Ferreira

Métodos de Mapeamento Conforme: Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional para o Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ciências Militares Navais, na especialidade de Engenheiros Navais – Ramo de Mecânica

Orientação de:

CRF EN-MEC Paulo Alexandre Marques Pires da Silva

Prof. Miguel Ângelo Pereira Bento Moreira

O Aluno Mestrando

O Orientador

Hugo da Silva Ferreira
ASPOF EN-MEC

Paulo Alexandre Marques Pires da Silva
CFR EN-MEC

Alfeite

2018

"No meio da dificuldade encontra-se a oportunidade."
Albert Einstein

III

Ao meu irmão, Miguel.

Agradecimentos

Agradeço profundamente a todos aqueles que contribuíram significativamente para os resultados da presente dissertação.

Aos meus orientadores, CFR EN-MEC Paulo Pires da Silva e Prof. Miguel Bento Moreira, por toda a proximidade, motivação, apoio, dedicação, disponibilidade em esclarecer dúvidas e todos os conhecimentos transmitidos ao longo da elaboração da dissertação. Sem o vosso apoio determinados resultados teriam sido muito difíceis de atingir.

Aos meus camaradas de curso e da Escola Naval, pela camaradagem, companhia e amizade, que permitiram trabalhar sempre com boa disposição.

A Carolina Yglesias, por todo o carinho, afeição e apoio nos momentos mais difíceis.

Agradeço profundamente à minha família, avós, tios e primos por toda a preocupação, apoio e carinho demonstrado ao longo do meu percurso na Escola Naval.

Ao meu tio Anibal da Silva, por todos os valores transmitidos, pela maneira alegre com que viveu e pela enorme e fantástica pessoa que foi.

Por fim agradeço imenso à minha família, por todo o amor, educação, dedicação, valores transmitidos e pelas enormes pessoas que são. A vocês devo tudo. São vocês que mais força me dão para viver com alegria, dedicação e vontade de enfrentar os obstáculos que a vida acarreta.

Os meus sinceros agradecimentos.

Resumo

Métodos de Mapeamento Conforme: Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional para o Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos

A análise do comportamento de um navio no mar (*seakeeping*) é uma área importante da Engenharia Oceânica e da Arquitetura Naval, permitindo-nos prever o comportamento do navio em ondas nos seus seis graus de liberdade acoplados. O problema da previsão do comportamento do navio no mar é uma tarefa complexa, abordando várias áreas, geralmente exigindo ferramentas de computação. Um deles é o problema da radiação, que será discutido ao longo do trabalho.

Inicialmente, serão abordados alguns conceitos básicos da dinâmica do navio e da Teoria das Faixas.

Como o primeiro passo na solução do problema de radiação através de métodos de mapeamento conforme é encontrar uma função mapeadora adequada que transforme uma secção circular na secção transversal real do navio, este trabalho abordará alguns aspectos dessa área. Dos diferentes métodos clássicos disponíveis, serão aplicados o Método de Transformação de Lewis que utiliza dois parâmetros, e o Método de Transformação Conforme Multi-parâmetro.

Reconhecendo a necessidade de um método simples e barato para estimativas iniciais e/ou rápidas, foi desenvolvida uma ferramenta computacional em Matlab[®] para o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos de uma secção de um navio, baseada no Método de Mapeamento Conforme ou Método de Lewis.

Finalmente, a ferramenta acima mencionada não foi apenas validada usando dados da literatura, mas também aplicada para encontrar estimativas aproximadas dos coeficientes hidrodinâmicos locais e globais de uma fragata da Marinha Portuguesa.

Palavras chave: Formas de Lewis, Coeficientes hidrodinâmicos, Teoria das Faixas, Mapeamento conforme.

Abstract

Conformal Mapping Methods: Development of a Computing Tool for the Calculation of Hydrodynamic Coefficients

Seakeeping is an important area of Ocean Engineering and Naval Architecture, allowing us to predict the ship's behavior in waves in its coupled six degrees of freedom. Seakeeping problem is a complex task, addressing several areas, usually requiring computing tools. One of them is the radiation problem, which will be discussed throughout the work.

Initially this paper will address the basic concepts of the ship dynamics and the Strip Theory.

Because the first step in the solution of the radiation problem through conformal mapping methods is finding a proper conformal mapping function that transforms a circular section into the actual ship cross section, this work will address some aspects of this area. Among the different classic methods available, it will be applied the Lewis Transformation Method which use two parameters, and the Multiparameter Conformal Transformation Method.

Recognizing the need for a simple and inexpensive method for initial and/or quick estimates, it was developed a computation tool in Matlab[®] for the calculation of the hydrodynamic coefficients of a ship section, based on the Conformal Mapping Method or Lewis Method.

Finally, the above-mentioned tool was not only validated using literature data, but also applied to find rough estimates of the local and global hydrodynamic coefficients of a Portuguese Navy frigate.

Key words: Lewis forms, Hydrodynamic coefficients, Strip Theory, Conformal mapping.

Índice Geral

Epígrafe	I
Dedicatória	III
Agradecimentos	V
Resumo	VII
Abstract	IX
Índice Geral	XI
Índice de Figuras	XV
Índice de Tabelas	XIX
Lista de Acrónimos e Abreviaturas	XXI
Notação Técnica e Científica	XXIII
Prefácio	XXVII
Introdução	1
1 Fundamentos Teóricos	3
1.1 Análise Complexa e Mecânica dos Fluidos	3
1.1.1 Descrição Matemática do Escoamento de um Fluido . .	3
1.1.2 Conservação da Massa	4
1.1.3 Equação da Continuidade	5
1.1.4 Função Potencial de Velocidade e Equação de Laplace .	5
1.1.5 Teoria das Ondas Lineares	6
1.1.6 Conservação do Momento	8
1.1.7 Equação de Euler	8

1.1.8	Equação de Bernoulli	9
1.2	Dinâmica do Corpo Rígido	10
1.2.1	Sistemas de Coordenadas e Definições	10
1.2.2	Ângulos de Euler e Transformações de Coordenadas . .	12
1.2.3	Velocidades Angulares	13
1.2.4	Equações Dinâmicas	14
2	Comportamento Dinâmico do Navio	19
2.1	Enquadramento Histórico dos Métodos Computacionais Lineares	20
2.2	Sistemas de Coordenadas	23
2.3	Dinâmica do Navio em Ondas Regulares	24
2.4	Cargas Hidrodinâmicas: Teoria das Faixas	29
3	Técnicas de Mapeamento Conforme	31
3.1	Método de Transformação de Lewis	31
3.2	Método de Transformação Conforme Multiparâmetro	35
4	Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos	39
4.1	Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos pelo Método de Ma- peamento Conforme	40
4.2	Validação Preliminar	41
4.2.1	Resultados de Massa Acrescentada e Amortecimento para uma Forma de Lewis em Arfagem	42
4.2.2	Resultados de Massa Acrescentada e Amortecimento para uma Forma de Lewis em Deriva	44
4.2.3	Análise dos Resultados Obtidos	46
5	Comparação de Resultados: Método de Lewis vs. Método de Frank	49
5.1	Massa Acrescentada e Amortecimento em Arfagem	52
5.2	Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva	53
5.3	Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço	55
5.4	Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço devido a Deriva	56
5.5	Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva devido a Balanço	58
6	Análise das Técnicas de Mapeamento Conforme Implementadas	61

7	Aplicação da Metodologia Desenvolvida	65
7.1	Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos Locais: Secção Transversal de uma Fragata da Marinha Portuguesa	65
7.2	Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos Globais: Fragata da Marinha Portuguesa	69
7.2.1	Comparação de Resultados: Método de Lewis vs. Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro	78
7.3	Programação do Desenvolvimento de uma Interface Gráfica a partir do Método de Mapeamento Conforme	80
8	Análise e Discussão de Resultados	83
9	Conclusões	87
9.1	Conclusões Gerais	87
9.2	Trabalhos Futuros	88
	Referências Bibliográficas	91
A	Expressões para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos locais	95
A.1	Massa Acrescentada e Amortecimento em Arfagem	95
A.2	Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva e em Balanço devido a Deriva	98
A.3	Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço e em Deriva devido a Balanço	100
B	Expressões para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos globais	101
B.1	Modo Vertical	101
B.2	Modo Horizontal	103
C	Técnicas de Mapeamento Conforme Implementadas	105
C.1	Transformação de Lewis	105
C.2	Métodos de Transformação Conforme	109
C.3	Visualização global das várias da secções da fragata	113
D	Curvas de Coeficientes Hidrodinâmicos de uma fragata da Marinha Portuguesa	117
D.1	Dimensões geométricas das 20 secções em que a fragata da Marinha Portuguesa estudada foi dividida.	118
D.2	Formas de Lewis das várias secções da fragata da Marinha Portuguesa estudada.	119

D.3	Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem (a_{33} e b_{33}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.	124
D.4	Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva (a_{22} e b_{22}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.	131
D.5	Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço (a_{44} e b_{44}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.	139
D.6	Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva (a_{42} e b_{42}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.	146
D.7	Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva devido a balanço (a_{24} e b_{24}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.	153

Índice de Figuras

1.1	Coordenadas cartesianas	4
1.2	Onda sinusoidal	7
1.3	Sistemas de representação de coordenadas para os movimentos de um navio	11
2.1	Seis graus de liberdade dos movimentos de um navio	23
2.2	Direções dos ângulos da onda	26
3.1	Exemplos de formas de Lewis	34
3.2	Intervalos permitidos das formas de Lewis	34
4.1	Legenda das curvas dos coeficientes hidrodinâmicos não-dimensionais em arfagem (a_{33} e b_{33}) presentes na pág 120	41
4.2	Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - a_{33}	42
4.3	Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - b_{33}	42
4.4	Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - a_{33}	43
4.5	Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - b_{33}	43
4.6	Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - a_{22}	44
4.7	Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - b_{22}	44
4.8	Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - a_{22}	45
4.9	Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - b_{22}	45
5.1	Formas de Lewis das secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa	51
5.2	Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 4	52
5.3	Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 12	52
5.4	Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 19	53
5.5	Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 4	53

5.6	Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 12	54
5.7	Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 19	54
5.8	Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 4	55
5.9	Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 12	55
5.10	Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 19	56
5.11	Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 4	56
5.12	Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 12	57
5.13	Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 19	57
5.14	Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 4	58
5.15	Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 12	58
5.16	Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 19	59
6.1	Comparação entre formas de Lewis (azul) e secções reais (vermelho) das secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa	62
6.2	Legenda das curvas da secção real da fragata e dos Métodos de Transformação Conforme	63
6.3	Métodos de Transformação Conforme - secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa	63
7.1	Forma de Lewis da secção 7 da fragata da Marinha Portuguesa	66
7.2	a_{33} e b_{33} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa	67
7.3	a_{22} e b_{22} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa	67
7.4	a_{44} e b_{44} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa	67
7.5	a_{42} e b_{42} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa	68
7.6	a_{24} e b_{24} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa	68
7.7	Formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa (2D) . . .	69
7.8	Secções da fragata da Marinha Portuguesa (2D)	69
7.9	Formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa (3D) . . .	70
7.10	Secções da fragata da Marinha Portuguesa (3D)	70
7.11	a_{33} e b_{33} - secções da fragata da Marinha Portuguesa	71
7.12	a_{22} e b_{22} - secções da fragata da Marinha Portuguesa	71
7.13	a_{44} e b_{44} - secções da fragata da Marinha Portuguesa	72
7.14	a_{42} e b_{42} - secções da fragata da Marinha Portuguesa	72
7.15	a_{24} e b_{24} - secções da fragata da Marinha Portuguesa	72
7.16	A_{33} e B_{33} - fragata da Marinha Portuguesa	74
7.17	A_{35} e B_{35} - fragata da Marinha Portuguesa	74
7.18	A_{53} e B_{53} - fragata da Marinha Portuguesa	74
7.19	A_{55} e B_{55} - fragata da Marinha Portuguesa	75
7.20	A_{22} e B_{22} - fragata da Marinha Portuguesa	75
7.21	$A_{24} = A_{42}$ e $B_{24} = B_{42}$ - fragata da Marinha Portuguesa . . .	75
7.22	A_{44} e B_{44} - fragata da Marinha Portuguesa	76

7.23	A_{66} e B_{66} - fragata da Marinha Portuguesa	76
7.24	A_{26} e B_{26} - fragata da Marinha Portuguesa	76
7.25	A_{62} e B_{62} - fragata da Marinha Portuguesa	77
7.26	A_{46} e B_{46} - fragata da Marinha Portuguesa	77
7.27	A_{64} e B_{64} - fragata da Marinha Portuguesa	77
7.28	Comparação entre métodos - A_{33} e B_{33}	78
7.29	Comparação entre métodos - A_{35} e B_{35}	79
7.30	Comparação entre métodos - A_{53} e B_{53}	79
7.31	Comparação entre métodos - A_{55} e B_{55}	79
7.32	Interface gráfica elaborada	81
8.1	Número de coeficientes necessários para cada secção da fragata da Marinha Portuguesa	84

Índice de Tabelas

4.1	Resultados de Lloyd e Lewis com algoritmo elaborado em Matlab	47
5.1	Secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa	50
5.2	Períodos modais de onda para vários estados de mar e correspondentes frequências de encontro	50
7.1	Coeficientes hidrodinâmicos válidos	73

Lista de Acrónimos e Abreviaturas

CFD	<i>Computer Fluid Dynamics</i>
GFM	<i>Green Function Method</i>
HSST	<i>High Speed Strip Theory</i>
IST	Instituto Superior Técnico
MCM	Mapeamento Conforme Multiparâmetro
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i>
RSM	<i>Rankine Singularity Method</i>
SMC	<i>SNAME Maritime Convention</i>
SWAN	<i>Ship Wave Analysis</i>

Notação Técnica e Científica

Latim

A	Área submersa da secção.
\mathbf{A}_{jk}	Coefficientes de massa acrescentada, $\text{Re}(\mathbf{T}_{jk}/\omega_e^2)$.
a	Raio do semi-circulo no plano z .
a_0, a_1, \dots, a_N	Coefficientes da transformação conforme.
a_0	Fator de escala que rege toda a dimensão da forma de Lewis.
B	Boca submersa da secção.
\mathbf{B}_{jk}	Coefficientes de amortecimento, $\text{Im}(-\mathbf{T}_{jk}/\omega_e)$.
B_0	Metade da boca submersa da secção.
\mathbf{C}_{jk}	Coefficientes da força de restituição hidrostática
D	Calado da secção.
\mathbf{F}	Campo da força externa atuando nas partículas do fluído.
\mathbf{F}	Resultante de todas as forças externas.
\mathbf{F}	Forças em relação a o referentes à dinâmica do navio.
\mathbf{F}_j	Somatório das forças e momentos que atuam no corpo na direção j .
$\mathbf{F}_j(t), j = 1, 2, 3$	Somatório das forças nas direções x, y e z , respetivamente.
$\mathbf{F}_j(t), j = 4, 5, 6$	Somatório dos momentos que atuam nos eixos x, y e z , respetivamente.
F_{Gj}	Componente da força gravitacional que atua no navio na direção j .
F_{Hj}	Componente das forças do fluído que atuam no navio na direção j .

F_{HS_j}	Componentes da Força Hidrostática na direção j .
F_{HD_j}	Componentes das Forças Hidrodinâmicas na direção j .
\tilde{F}_{HD_j}	Componentes das Forças instáveis das forças hidrodinâmicas na direção j .
F_{EX_j}	Componentes das Forças de excitação na direção j .
F_j^I	Amplitude complexa da componente da força de excitação devido às ondas incidentes, denominada força de excitação de Froude-Krylov.
F_j^D	Amplitude complexa da componente da força de excitação devido às ondas difratadas, denominada força de excitação de difração.
F_{Rj}	Forças hidrodinâmicas na direção j devidas ao movimento forçado denominadas forças de radiação.
f	Potencial complexo.
g	Aceleração da gravidade.
H	Relação boca/calado.
\mathbf{h}	Momento de impulso de um conjunto de partículas.
$I_{jj}, j = 4, 5, 6$	Momentos de inércia em torno dos eixos x , y e z , respetivamente.
I_{46}	Produto de inércia entre balanço-guinada = I_{64} .
\mathbf{K}	Vetor unitário em z .
K, M e N	Equações dos momentos de balanço, cabeceio e guinada de um navio, respetivamente, considerando-o um corpo rígido.
\mathbf{M}	Momentos em relação a o (centróide) referentes à dinâmica do navio.
n	Vetor normal na face obíqua $n = (n_x, n_y, n_z)$.
$O\xi\eta\zeta$	Sistema inercial, fixo à Terra.
$oxyz$	Sistema não inercial, fixo ao navio.
\mathbf{P}, p	Pressão do fluído.
p, q e r	Componentes de velocidade angular dos movimentos de balanço, cabeceio e guinada.
\mathbf{R}	Posição do corpo num ponto arbitrário.
S	Superfície das obras vivas do casco do navio.
\mathbf{T}_{jk}	Função transferência.
t	Instante de tempo.
\mathbf{U}	Velocidade na origem dos eixos do corpo.
$\dot{\mathbf{U}}$	Aceleração na origem.

U_0	Velocidade de avanço do navio.
u, v e w	Componentes de velocidade dos movimentos de avanço, deriva e arfagem.
$u = \mathbf{V}_x$	Componente x do vetor velocidade \mathbf{V} .
$\mathbf{V}(x, y, z, t)$	Vetor velocidade da partícula do fluido, em coordenadas cartesianas x, y, z .
$\mathbf{V}(u, v, w)$	Coordenadas do vetor \mathbf{V} de velocidade do fluido.
$v = \mathbf{V}_y$	Componente y do vetor velocidade \mathbf{V} .
$w = \mathbf{V}_z$	Componente z do vetor velocidade \mathbf{V} .
X, Y e Z	Equações das forças de avanço, deriva e arfagem de um navio, respetivamente, considerando-o um corpo rígido.
$\mathbf{X}(x, y, z)$	Coordenadas cartesianas da posição da partícula do fluido.
x, y e z	Três coordenadas retangulares de posição.
$(x_c, 0, z_c)$	Coordenadas do centro de gravidade do navio no sistema não inercial x, y, z .
x_{B2}	Coordenada real no plano complexo ζ .
x_{B3}	Coordenada imaginária no plano complexo ζ .

Grego

Δ	Massa total do navio.
Δt	Intervalo de tempo.
Δ_{jk}	Matriz de inércia do navio.
$\zeta = f(z)$	Transformação que relaciona os dois planos complexos ζ (plano de secção transversal do casco). e z
$\eta_j(t)$	Resposta do navio em ondas sinusoidais dependentes do tempo t .
$\ddot{\eta}_k$	Acelerações no modo k .
$\ddot{\eta}_j(t)$	Aceleração no grau de liberdade j , no sistema com os eixos fixos no navio, referindo-se $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ a avanço, deriva, arfagem, balanço, cabeceio e guinada, respetivamente.
$\bar{\eta}_j$	Amplitude complexa da resposta do navio na direção j .
μ	Ângulo da onda.
μ	Coefficiente de viscosidade do fluído.
$\mu \nabla^2 \mathbf{V}$	Tensão de corte.
ν	Coefficiente da viscosidade cinemática.
ρ	Massa volúmica do fluído.
ρ	Posição de um ponto arbitrário inserido no corpo em relação ao seu centróide (o):
σ	Coefficiente da área da secção.
τ_{xx}	Tensão normal na face x .
τ_{yx}	Tensão tangencial na direção x segundo a face y resultante das forças viscosas.
τ_{ij}	Tensor de tensões.
Φ	Função potencial de velocidade.
ϕ_T	Potencial de perturbação instável.
ϕ_I	Potencial de onda incidente.
ϕ_D	Potencial de onda difratado.
ϕ_k	Potencial de radiação devido aos movimentos nos seis graus de liberdade.
$\nabla \Phi$	Velocidade vetorial total representando o escoamento do fluído.
Ψ	Função potencial de corrente.
$\Psi(x, y)$	Linhas de corrente.
ψ, θ e ϕ	Três coordenadas angulares de posição.
Ω	Velocidade angular dos eixos do corpo.
ω_e	Frequência de encontro.
$-\nabla p$	Gradiente de pressão.

Prefácio

No capítulo 1 são apresentados alguns fundamentos teóricos dos conceitos abordados na dissertação de mestrado, mais concretamente relativamente à Análise Complexa e Mecânica dos Fluídos, bem como Dinâmica do Corpo Rígido.

Seguidamente, no capítulo 2 são apresentados alguns conceitos importantes respeitantes à Análise do Comportamento Dinâmicos do Navio, em que se apresenta um enquadramento histórico dos métodos computacionais lineares utilizados, sistemas de coordenadas utilizados, dinâmica do navio em ondas regulares, assim como o problema das cargas hidrodinâmicas e a Teoria das Faixas.

No capítulo 3 estão apresentadas duas técnicas de mapeamento conforme, mais concretamente o Método de Transformação de Lewis ou Método de Transformação Conforme de dois parâmetros, bem como o Método de Transformação Conforme Multiparâmetro.

O capítulo 4 descreve o método de cálculo de coeficientes hidrodinâmicos, mais concretamente a massa acrescentada e amortecimento, pelo Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros ou Método de Lewis. Além disso, encontra-se presente uma validação preliminar dos coeficientes hidrodinâmicos obtidos no algoritmo elaborado em Matlab[®] para arfagem e deriva.

O capítulo 5 constitui uma comparação de resultados utilizando para tal um algoritmo fornecido pelo Instituto Superior Técnico que aplica o Método de Frank, para uma secção de ré, uma a meio-navio e uma de vante (secções 4, 12 e 19) das 20 secções em que uma fragata da Marinha Portuguesa foi dividida, em arfagem, deriva, balanço, balanço devido a deriva e deriva devido a balanço.

No capítulo 6 encontra-se presente uma análise das técnicas de Mapeamento Conforme implementadas.

O capítulo 7 descreve a aplicação da metodologia desenvolvida, sendo apresentados o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos locais e globais de uma fragata da Marinha Portuguesa, onde se comparam os resultados dos coeficientes hidrodinâmicos globais associados aos movimentos verticais do navio.

XXVIII

Estes últimos coeficientes foram obtidos recorrendo a um algoritmo fornecido pelo Instituto Superior Técnico que aplica o Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro. Neste capítulo também apresentamos uma interface gráfica que elaboramos em Matlab[®] e que permite obter formas de Lewis e correspondentes coeficientes hidrodinâmicos.

No capítulo 8 procedemos à análise e discussão de resultados obtidos.

Finalmente no capítulo 9 apresentamos as conclusões gerais do trabalho assim como algumas possíveis direções para o trabalho futuro.

Introdução

Uma das áreas da Engenharia Oceânica e da Arquitetura Naval de extrema relevância consiste na análise dinâmica de um navio no mar, bem como a sua capacidade de manobra no meio aquático, permitindo-nos obter uma previsão do comportamento do casco do navio nas ondas nos seus seis graus de liberdade, bem como a interação entre os mesmos. Um dos problemas que necessitam de ser abordados e calculados para a obtenção da previsão do comportamento de um navio no mar consiste no problema da radiação.

Sendo assim, a presente dissertação de mestrado tem como principal objetivo abordar a área do comportamento do navio no mar, mais concretamente o problema da radiação, em que são estudados o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos, a massa acrescentada e amortecimento, para um determinado casco de navio.

Tendo em conta a complexidade da forma do casco de um navio e do cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos associados, foram desenvolvidos métodos que permitem esse cálculo em formas mais simples como por exemplo um semi-círculo e a sua transformação para resultados do casco através de mapeamento conforme (*conformal mapping*). Um dos métodos que permite esta transformação e que será aplicado seguidamente é o Método de Transformação de Lewis ou Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros. Além disso, também será aplicado o Método de Transformação Conforme Multiparâmetro. Ambos serão abordados neste trabalho e comparados no que diz respeito à eficácia da transformação, sendo que apenas o Método de Lewis será usado para o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos.

No que respeita o estudo do comportamento do navio no mar (*seakeeping*), existem vários métodos que podem ser aplicados, desde métodos numéricos lineares mais simples bidimensionais no domínio da frequência ou do tempo, tal como a Teoria das Faixas (*Strip Theory*), até métodos avançados não lineares como Dinâmica de Flúidos Computacional (CFD - *Computer Fluid Dynamics*). Ambos os métodos possuem vantagens e desvantagens. No entanto, apesar de a Teoria das Faixas ser mais simples e considerar determinados pressupostos (o fluído é invíscido) continua a ter resultados com

boa precisão e em que o esforço computacional não é tão exigente, sendo possível obtê-los com computadores com menos esforço computacional e mais rapidamente (Martinussen, 2011).

Uma vez que a resolução do cálculo dos conceitos anteriormente referidos é muito exigente e pesada para ser resolvida de forma analítica, será implementado um algoritmo a partir da plataforma computacional Matlab[®].

Importa referir que, antes de implementar os cálculos para uma secção transversal de um navio e posteriormente para todas as secções ao longo do navio para obter os coeficientes hidrodinâmicos globais, foi efetuada uma validação do método e algoritmo com dados clássicos da literatura, assim como uma comparação com resultados presentes num algoritmo elaborado no Instituto Superior Técnico que aplica o Método de Frank.

Como aplicação da metodologia desenvolvida, os estudos e algoritmos elaborados foram aplicados numa fragata da Marinha Portuguesa, por forma a obter os coeficientes hidrodinâmicos locais e globais da mesma.

Um dos principais objetivos da plataforma computacional desenvolvida deve-se ao facto de esta poder vir a ser útil para qualquer utilizador, sendo de fácil compreensão. Sendo assim, foi elaborada uma interface gráfica em Matlab[®] considerando que necessita de pouca informação para uma primeira estimativa grosseira dos coeficientes hidrodinâmicos, e que resolve o problema de radiação bidimensional para um projeto preliminar.

Por forma a facilitar a elaboração do presente trabalho de investigação, este foi escrito utilizando a ferramenta computacional Scientific WorkPlace[®], semelhante a LaTeX, uma vez que é particularmente apropriada para a escrita de textos científicos complexos e pesados, bem como utilização de notação matemática.

Capítulo 1

Fundamentos Teóricos

1.1 Análise Complexa e Mecânica dos Fluidos

A Mecânica é uma das ciências físicas mais antigas. O seu objeto é o estudo dos movimentos dos corpos sob a influência de forças (Yunus A. Çengel, 2007).

O presente trabalho insere-se na área da Mecânica de Fluidos cujo objeto é o escoamento de fluidos.

1.1.1 Descrição Matemática do Escoamento de um Fluido

As duas principais formas de descrever matematicamente o escoamento de um fluido são a abordagem "Lagrangiana" e a abordagem "Euleriana".

Na abordagem "Lagrangiana" o movimento das várias partículas de um fluido é seguido ao longo da respetiva trajetória; na abordagem "Euleriana" as características do escoamento, isto é, a velocidade e outros parâmetros em cada ponto do espaço e em cada instante de tempo encontram-se estabelecidos (Wehausen J.V., 1960). Estas descrições são matematicamente equivalentes, isto é, é possível obter qualquer delas a partir da outra (Wehausen J.V., 1960).

Neste trabalho utilizaremos essencialmente a descrição "Euleriana", recorrendo a coordenadas cartesianas retangulares (x, y, z) ou (x, y, z, t) .

No contexto da abordagem "Euleriana", o vetor velocidade $\mathbf{V}(x, y, z, t)$ representa a velocidade da partícula de fluido que se encontra na posição $\mathbf{X} = (x, y, z)$ no instante t . É habitual representar as diferentes componentes escalares do campo de velocidades \mathbf{V} por $u = V_x$, $v = V_y$, e $w = V_z$.

A descrição completa de um escoamento exige o conhecimento de outros parâmetros físicos nomeadamente: a pressão p ; a massa volúmica do fluido ρ ; o coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido μ ; a aceleração gravítica g ; campos de forças externas \mathbf{F} (por unidade de volume); bem como forças internas por unidade de área de escoamento (tensões internas).

As tensões internas que se verificam no escoamento são descritas recorrendo ao tensor das tensões. Este tensor (tensor de segunda ordem) (Yunus A. Çengel, 2007) é matematicamente escrito por uma matriz 3×3 em cujas entradas se representam as diferentes componentes da tensão σ_{xy} . Exemplificando, σ_{xx} é a tensão normal na face x , e σ_{yx} é a tensão tangencial que se exerce na direção x no plano perpendicular à direção y . Desta forma, na diagonal desta matriz estão representadas as tensões normais enquanto que nos restantes termos representam-se as tensões tangenciais ou de corte.

Nos fluidos em movimento é possível mostrar que as tensões σ_{xy} podem ser descritas por duas componentes, sendo estas a pressão hidrostática p e as tensões tangenciais τ com origem na viscosidade (Karamcheti, 1980).

Importa ter em conta que o tensor de tensões é simétrico, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Na figura 1.1 representamos geometricamente as orientações das diferentes componentes das tensões tangenciais τ de origem viscosa.

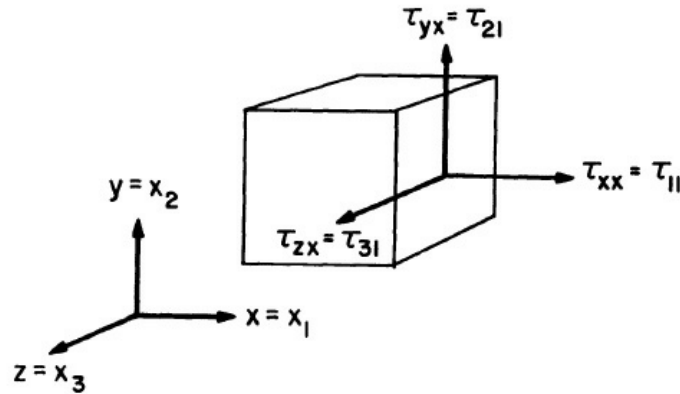


Figura 1.1: Coordenadas cartesianas.*

*Retirado de Newman, 1977.

1.1.2 Conservação da Massa

Representado por V um volume material de fluido que examina sempre o mesmo grupo de partículas, a forma integral do princípio da conservação da

massa estabelece a seguinte condição (Newman, 1977):

$$\frac{d}{dt} \int \int \int_V \rho dV = 0 \quad (1.1)$$

Na ausência de fontes de massa é possível mostrar que a expressão 1.1 é equivalente à condição (Wehausen J.V., 1960):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1.2)$$

conhecida por Equação da Continuidade.

1.1.3 Equação da Continuidade

Representando por u , v e w as diferentes componentes do vetor velocidade \mathbf{V} a equação da Continuidade 1.2 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1.3)$$

Se o escoamento for considerado incompressível (ρ constante), a equação 1.3 reduz-se à expressão

$$\text{div}(\mathbf{V}) = 0 \quad (1.4)$$

Isto é:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (1.5)$$

1.1.4 Função Potencial de Velocidade e Equação de Laplace

Em regiões em que o escoamento é irrotacional, isto é,

$$\nabla \times \mathbf{V} = \vec{0} \quad (1.6)$$

é possível mostrar que a velocidade pode ser descrita por um gradiente de um campo escalar Φ designado normalmente por função potencial de velocidade:

$$\mathbf{V} = \nabla \Phi. \quad (1.7)$$

Tendo em conta as expressões 1.6 e 1.7 deduz-se imediatamente que a função potencial de velocidade Φ satisfaz a equação de Laplace (Yunus A. Çengel, 2007):

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (1.8)$$

1.1.5 Teoria das Ondas Lineares

De um modo geral, todas as plataformas que estão destinadas a operar em ambientes marítimos, devem suportar as forças exercidas pelas ondas. Assim, torna-se necessário a compreensão do comportamento físico e das teorias que descrevem o comportamento de uma onda, tendo em conta a complexidade das mesmas.

Uma teoria importante a considerar será a Teoria das Ondas Lineares, apresentada inicialmente por Airy em 1845 (Randall, 2010), que descreve uma onda que se propaga num período e altura uniformes sobre um fundo de profundidade constante. Segundo esta, o escoamento do fluido considera-se bidimensional, a partir de uma condição de fronteira linear e inclinação da onda assintoticamente pequena.

Os principais pressupostos feitos na derivação da Teoria das Ondas Lineares são os seguintes:

- O fluido é homogêneo e incompressível;
- O fluido é irrotacional;
- O efeito de Coriolis é desprezado;
- O fluido é invíscido;
- As forças de tensão ao longo da superfícies são desprezadas;
- O fundo é horizontal, estacionário e impermeável;
- As ondas são bidimensionais (com crista longa);
- As ondas não interagem com outros movimentos da água;
- A pressão da superfície é constante;
- A amplitude da onda é suficientemente pequena comparativamente com o comprimento de onda e a profundidade da água.

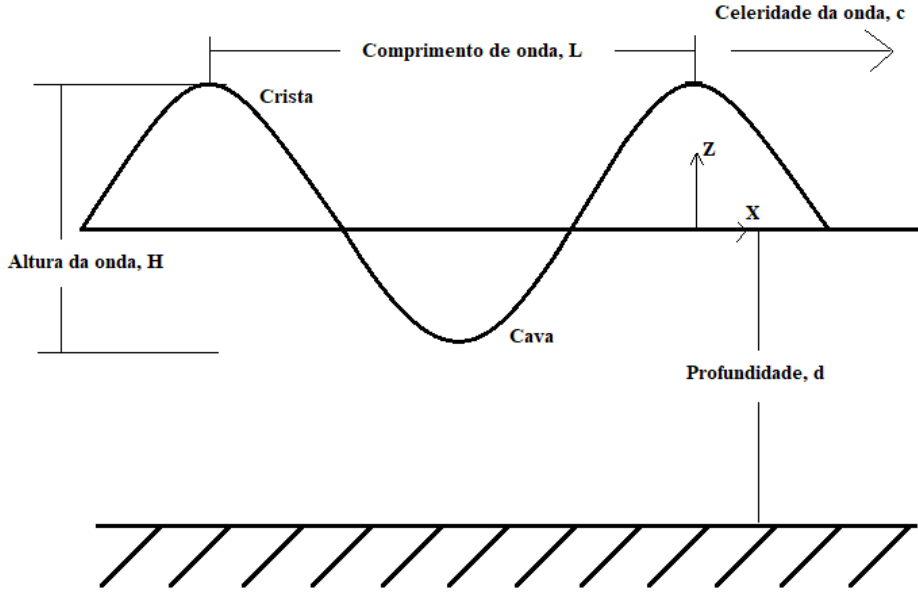


Figura 1.2: Onda sinusoidal.*

*Adaptado de Randall, 2010.

Como a Teoria das Ondas Lineares diz respeito a escoamentos bidimensionais cartesianos dos fluídos, então os campos de velocidade podem ser descritos recorrendo a um campo vetorial $\vec{V} = (u(x, y), v(x, y))$ tal que u e v representam as componentes da velocidade segundo a direção dos eixos principais das abscissas xx e ordenadas yy .

Assim, para um escoamento incompressível verifica-se novamente o Princípio da Continuidade (Moreira, 2015):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.9)$$

Da mesma forma, para um escoamento irrotacional verifica-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (1.10)$$

Constata-se que as condições anteriores garantem que $udy - vdx = d\Psi$ e $vdy + udx = d\Phi$ são formas diferenciais exatas. Assim, existem campos escalares $\Psi = \Psi(x, y)$ e $\Phi = \Phi(x, y)$ tais que:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = u \text{ e } \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -v \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} = v \text{ e } \frac{\partial \Phi}{\partial x} = u \end{array} \right] \quad (1.11)$$

Num campo bidimensional, e tendo em consideração a equação 1.8, é de constatar que para um fluido irrotacional a função potencial de velocidade Φ deve satisfazer novamente a equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.12)$$

Além disso, é possível verificar que para escoamentos bidimensionais incompressíveis e irrotacionais, a equação de Laplace é aplicável não só para a Φ , mas também para Ψ (Yunus A. Çengel, 2007), tal como é representado nas seguintes equações:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad , \quad \nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0 \quad (1.13)$$

1.1.6 Conservação do Momento

A forma diferencial da Equação de Conservação do Momento Linear (Segunda Lei de Newton) num escoamento apresenta a seguinte forma (McCormick, 2010):

$$m \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = m \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = \sum \mathbf{F} \quad (1.14)$$

Num escoamento incompressível, Newtoniano e sujeito à ação do campo gravítico a equação anterior apresenta a seguinte forma (McCormick, 2010):

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\rho g \mathbf{k} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V}. \quad (1.15)$$

Esta última equação diferencial não linear é conhecida por equação de Navier-Stokes. A sua expressão em termos das respetivas componentes vetoriais é (Wehausen J.V., 1960):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \Delta u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \Delta v, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \Delta w. \end{aligned} \quad (1.16)$$

1.1.7 Equação de Euler

Se o escoamento for incompressível e invíscido ($\mu = 0$), a equação 1.15 transforma-se na famosa equação de Euler (McCormick, 2010):

$$\rho \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \right) = -\rho g \mathbf{k} - \nabla p, \quad (1.17)$$

que, em termos das respectivas componentes vetoriais apresenta a seguinte forma (Wehausen J.V., 1960):

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} &= -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}.\end{aligned}\tag{1.18}$$

1.1.8 Equação de Bernoulli

O termo convectivo da aceleração na expressão 1.17 pode ser repostado pela seguinte representação vetorial:

$$\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = \nabla \left(\frac{\mathbf{V}^2}{2} \right) - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V})\tag{1.19}$$

Tendo em conta o Princípio da Continuidade (equação 1.4) e admitindo o escoamento irrotacional, a combinação das equações 1.4, 1.17, e 1.19 permitem descrever a forma irrotacional da equação de Euler:

$$\rho \nabla \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\mathbf{V}^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right) = 0\tag{1.20}$$

Ao integrarmos espacialmente o campo escalar $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\mathbf{V}^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho} \right)$ obtemos a equação de Bernoulli (escoamentos incompressíveis, invíscidos e irrotacionais):

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \frac{\mathbf{V}^2}{2} + \rho gz + p = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} + \rho gz + p = f(t)\tag{1.21}$$

1.2 Dinâmica do Corpo Rígido

No que concerne a análise dinâmica do comportamento de um navio no mar (*seakeeping*), existem igualmente determinadas simplificações que devem ser tidas em conta. Assim, ao longo do trabalho o navio será considerado um corpo rígido, desprezando as deformações elásticas e, possivelmente plásticas, sendo as amplitudes do mesmo consideravelmente menores.

1.2.1 Sistemas de Coordenadas e Definições

Tendo em conta a análise do movimento de um navio em ondas, torna-se necessário considerar dois sistemas gerais de coordenadas: sistemas fixos (relativamente à Terra) e sistemas em constante mudança, em que geralmente se tem pelo menos um eixo fixo relativamente ao movimento do corpo. Deste modo, pela regra da mão direita e em coordenadas cartesianas, ξ , η , ζ serão consideradas fixas com ξ e η num plano horizontal e ζ num plano vertical, sendo positivo para baixo (Lewandowski, 2004).

Importa referir que existe também um terceiro sistema de coordenadas, no entanto não será referenciado uma vez que tem relevância somente para o estudo da manobra do navio (*manoeuvring*).

Outra simplificação a ser considerada ao longo do trabalho, será a passagem da origem para o centro de massa do navio, pois simplifica determinadas equações que serão apresentadas.

De qualquer das formas, qual a principal razão da necessidade da existência de dois sistemas de coordenadas? Uma vez que a trajetória do navio é de inteiro interesse, esta é descrita mais facilmente tendo em conta o sistema de coordenadas terrestres, em que este está fixo à Terra (*Earth-fixed coordinate system*). No entanto, termos como a massa inercial e as propriedades hidrodinâmicas do navio são convenientemente representadas por um sistema de coordenadas fixo no corpo rígido (*body-fixed coordinates*) (Lewandowski, 2004).

Resumindo as considerações referenciadas anteriormente, existem dois sistemas principais de representação de coordenadas para os movimentos de um navio como um corpo rígido: o sistema inercial, fixo à Terra: $O\xi\eta\zeta$; e o sistema não inercial: $oxyz$ fixo ao navio. A figura 1.3 permite uma melhor compreensão dos dois sistemas de coordenadas.

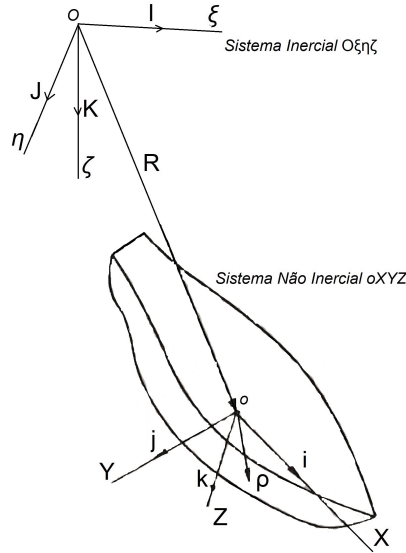


Figura 1.3: Sistemas de representação de coordenadas para os movimentos de um navio.*

*Adaptado de B. R. Clayton, 1982.

Os vetores unitários associados às direções x, y e z serão representados, respectivamente, por i, j e k . A velocidade na origem dos eixos do corpo pode ser expressa da seguinte forma:

$$\mathbf{U} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k} \quad (1.22)$$

Em que, u, v e w são as componentes de velocidade dos movimentos de avanço, deriva e arfagem. Relativamente à velocidade angular dos eixos do corpo, esta é representada pela seguinte expressão:

$$\boldsymbol{\Omega} = p\mathbf{i} + q\mathbf{j} + r\mathbf{k} \quad (1.23)$$

Em que, p, q e r são as componentes de velocidade angular dos movimentos de balanço, cabeceio e guinada.

As origens dos sistemas fixos e em constante mudança serão representados por O e o , respetivamente, e a posição da origem o relativamente a O pode ser dada por:

$$\mathbf{R}_o = \xi_o\mathbf{I} + \eta_o\mathbf{J} + \zeta_o\mathbf{K} \quad (1.24)$$

O que nos permite demonstrar a seguinte expressão da velocidade:

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{R}_o}{dt} \quad (1.25)$$

A posição do corpo num ponto arbitrário é dada por:

$$\mathbf{R} = \xi\mathbf{I} + \eta\mathbf{J} + \zeta\mathbf{K} \quad (1.26)$$

Relativamente à localização de um ponto arbitrário inserido no corpo em relação ao seu centróide (o):

$$\boldsymbol{\rho} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.27)$$

As forças e momentos em relação a o serão expressas pelas seguintes equações (Lewandowski, 2004):

$$\mathbf{F} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{M} = K\mathbf{i} + M\mathbf{j} + N\mathbf{k} \quad (1.29)$$

1.2.2 Ângulos de Euler e Transformações de Coordenadas

A posição do corpo somente pode ser expressa fazendo referência aos eixos $O\xi\eta\zeta$, sendo a aproximação mais comum a partir do uso das coordenadas retangulares ξ_o , η_o e ζ_o . Relativamente à orientação do corpo, esta também pode ser expressa pelo referencial $O\xi\eta\zeta$, contudo este método não é óbvio. Desta forma, para navios, bem como aeronaves, a abordagem mais comum é começar com $oxyz$ paralelo a $O\xi\eta\zeta$ e trazer o navio da orientação de referência para a sua orientação real, no tempo t , através de (B. R. Clayton, 1982):

- Uma rotação de guinada ψ para a proa atual;
- Uma rotação de cabeceio θ para a sua atual orientação longitudinal;
- Uma rotação de balanço ϕ para a sua atual inclinação.

Se estas rotações forem consideradas pela ordem referenciada anteriormente, então podem ser usadas como as coordenadas de orientação necessárias, sendo uma forma modificada dos ângulos de Euler. Sendo assim, o corpo rígido pode ser localizado no espaço a partir de:

- Três coordenadas de posição x , y e z ;

- Três coordenadas angulares ψ , θ e ϕ .

Uma vez que é de extrema relevância a obtenção das coordenadas de um ponto arbitrário P relativamente aos eixos inerciais (fixos) no corpo (x, y, z) , esta torna-se possível a partir de utilização de uma matriz transposta $[T]$. Ao considerarmos $[\rho]$ e $[R]$ como vetores coluna cujos seus elementos são (Lewandowski, 2004):

$$[\rho] \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \quad [R] \Rightarrow \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Então constata-se a seguinte expressão:

$$[R(P)] = [R] + [T] [\rho(P)] \quad (1.31)$$

Em que a matriz transformação tem a seguinte forma:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Uma propriedade desta matriz transformação é que a sua inversa é igual à sua transposta.

1.2.3 Velocidades Angulares

Tendo em conta a matriz transposta, é possível verificar a seguinte expressão que permite determinar a velocidade do corpo rígido no sistema de coordenadas inercial (B. R. Clayton, 1982):

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \sin \theta \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Importa demonstrar a relação existente entre a razão de variação dos ângulos de Euler $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\psi}$; e as componentes da velocidade angular relativas aos eixos coordenados fixos no corpo p, q e r (velocidades angulares de balanço

p , cabeceio q e guinada r). Relacionando os vetores unitários ao longo dos eixos de rotação de Euler para os valores dos eixos fixos no corpo rígido, obtém-se (Lewandowski, 2004):

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \phi \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Em que, em notação matricial compacta:

$$[\Omega] = [S] [\omega] \quad (1.35)$$

Invertendo a matriz transformação $[S]$ apresentada anteriormente obtemos a expressão das velocidades angulares $[\omega]$ no referencial inercial, em função de $[\Omega]$:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

1.2.4 Equações Dinâmicas

Origem no Centro de Massa

Tendo em conta a Segunda Lei de Newton, a equação da aceleração linear do centro de massa, num sistema inercial, pode ser verificada:

$$\mathbf{F} = m\dot{\mathbf{U}} = m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \quad (1.37)$$

Sendo \mathbf{F} a resultante de todas as forças externas e $\dot{\mathbf{U}}$ a aceleração na origem.

O que nos permite obter a equação da aceleração na origem, em termos das componentes de aceleração dos eixos do corpo (Lewandowski, 2004):

$$\dot{\mathbf{U}} = (\dot{\mathbf{U}})_{xyz} + \Omega \times \mathbf{U} \quad (1.38)$$

Uma forma de representação da equação dos movimentos para um corpo rígido pode ser escrita da seguinte forma (B. R. Clayton, 1982):

$$\mathbf{F} = m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + m\Omega \times \mathbf{U} \quad (1.39)$$

Considerando o vetor \mathbf{M} o momento das forças externas relativamente ao centro de massa C , bem como o vetor do momento de impulso \mathbf{h} de um

conjunto de partículas em que a massa de cada partícula é ∂m_i podemos definir a seguinte equação:

$$\mathbf{h} = \sum_i \partial m_i [\mathbf{r}_i \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_i)] \quad (1.40)$$

A partir de manipulação matemática as componentes da matriz \mathbf{h} podem ser representadas de forma matricial:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} \quad (1.41)$$

É de notar que os elementos I são constantes, uma vez que se considera um sistema de coordenadas fixo no corpo rígido.

Tendo em conta a equação da resultante dos momentos, podemos obter a segunda equação dos movimentos:

$$\mathbf{M} = \dot{\mathbf{h}}_{xyz} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{h} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{h} \quad (1.42)$$

Podendo ser representado de outra forma (Lewandowski, 2004):

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & (\bar{I}_{xx}\dot{p} - \bar{I}_{xy}\dot{q} - \bar{I}_{xz}\dot{r})\mathbf{i} + (-\bar{I}_{yx}\dot{p} + \bar{I}_{yy}\dot{q} - \bar{I}_{yz}\dot{r})\mathbf{j} \\ & + (-\bar{I}_{zx}\dot{p} - \bar{I}_{zy}\dot{q} + \bar{I}_{zz}\dot{r})\mathbf{k} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ p & q & r \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (1.43)$$

As equações dinâmicas dos movimentos de translação de um navio (dito de outra forma, as equações das forças de avanço, deriva e arfagem de um navio) considerando-o um corpo rígido, podem ser apresentadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{Avanço} \\ & \Downarrow \\ & X = m(\dot{u} + wq - vr) \\ & \text{Deriva} \\ & \Downarrow \\ & Y = m(\dot{v} + ur - wq) \\ & \text{Arfagem} \\ & \Downarrow \\ & Z = m(\dot{w} + vp - uq) \end{aligned} \quad (1.44)$$

Sendo u , v e w as componentes do eixos do corpo da aceleração \mathbf{U} e as derivadas parciais \dot{u} , \dot{v} e \dot{w} são consideradas relativamente ao referencial em movimento.

Relativamente à demonstração das equações representativas dos movimentos de rotação de um navio (dito de outra forma, as equações dos momentos de balanço, cabeceio e guinada de um navio) considerando-o novamente um corpo rígido:

$$\begin{aligned}
& \text{Balanço} \\
& \Downarrow \\
& K = I_{xx}\dot{p} + I_{xy}(\dot{q} - pr) + I_{xz}(\dot{r} + pq) + I_{yz}(q^2 - r^2) \\
& + (I_{zz} - I_{yy})qr + m[y_G(\dot{w} + vp - uq) - z_G(\dot{v} + ur - wp)] \\
& \text{Cabeceio} \\
& \Downarrow \\
& M = I_{yy}\dot{q} + I_{yz}(\dot{r} - pq) + I_{yx}(\dot{p} + qr) + I_{zx}(r^2 - p^2) \\
& + (I_{xx} - I_{zz})rp + m[z_G(\dot{u} + wq - vr) - x_G(\dot{w} + vp - uq)] \\
& \text{Guinada} \\
& \Downarrow \\
& N = I_{zz}\dot{r} + I_{zx}(\dot{p} - qr) + I_{zy}(\dot{q} + rp) + I_{xy}(p^2 - q^2) \\
& + (I_{yy} - I_{xx})pq + m[x_G(\dot{v} + ur - wp) - y_G(\dot{u} + wq - vr)]
\end{aligned} \tag{1.45}$$

Origem num Ponto Arbitrário

Considerando a origem num ponto arbitrário, a equação 1.44 adquire uma outra representação:

$$\begin{aligned}
& \text{Avanço} \\
& \Downarrow \\
& X = m[\dot{u} + wq - vr - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] \\
& \text{Deriva} \\
& \Downarrow \\
& Y = m[\dot{v} + ur - wp - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(qp + \dot{r})] \\
& \text{Arfagem} \\
& \Downarrow \\
& Z = m[\dot{w} + vp - uq - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rq + \dot{p})]
\end{aligned} \tag{1.46}$$

Da mesma forma, para a equação 1.45:

Balanço

 \Downarrow

$$K = I_{xx}\dot{p} + I_{xy}(\dot{q} - pr) + I_{xz}(\dot{r} + pq) + I_{yz}(q^2 - r^2) \\ + (I_{zz} - I_{yy})qr + m[y_G(\dot{w} + vp - uq) - z_G(\dot{v} + ur - wp)]$$

Cabeceio

 \Downarrow

$$M = I_{yy}\dot{q} + I_{yz}(\dot{r} - qp) + I_{yx}(\dot{p} + qr) + I_{zx}(r^2 - p^2) \\ + (I_{xx} - I_{zz})rp + m[z_G(\dot{u} + wq - rv) - x_G(\dot{w} + vp - uq)] \quad (1.47)$$

Guinada

 \Downarrow

$$N = I_{zz}\dot{r} + I_{zx}(\dot{p} - rq) + I_{zy}(\dot{q} + rp) + I_{xy}(p^2 - q^2) \\ + (I_{yy} - I_{xx})pq + m[x_G(\dot{v} + ur - wp) - y_G(\dot{u} + wq - rv)]$$

Estas seis equações são as equações de Euler para a dinâmica do corpo rígido.

Capítulo 2

Comportamento Dinâmico do Navio

Uma das áreas da Engenharia Oceânica e da Arquitetura Naval de extrema relevância consiste na análise dinâmica de um navio no mar, bem como a sua capacidade de manobra no meio aquático, permitindo-nos obter uma previsão do comportamento do casco do navio nas ondas nos seus seis graus de liberdade, bem como a interação entre os mesmos. De um modo geral este estudo divide-se em duas áreas principais (Tristan Perez and Sorensen, 2004):

- Comportamento dinâmico (*seakeeping*) do navio no mar.
- Manobrabilidade (*manoeuvring*) do navio no mar sem ondas.

Os capítulos seguintes irão abordar a área do comportamento do navio no mar, mais concretamente o problema da radiação, sendo estudado o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos (coeficientes de massa acrescentada e amortecimento) para um determinado casco de navio.

Tendo em conta a complexidade da forma do casco de um navio e do cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos associados, foram desenvolvidos métodos que permitem esse cálculo em formas mais simples como por exemplo um semi-círculo e a sua transformação para resultados do casco através de mapeamento conforme (*conformal mapping*). Um dos métodos que permite esta transformação e que será aplicado seguidamente é o Método da Transformação de Lewis ou Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros (Lewis, 1929). Outro método de mapeamento conforme é o Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro.

Ambos serão abordados neste trabalho e comparados no que diz respeito à eficácia da transformação, sendo que apenas o Método de Lewis será usado para o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos.

No que respeita o estudo do comportamento do navio no mar (*seakeeping*), existem vários métodos que podem ser aplicados, desde métodos numéricos lineares mais simples bidimensionais no domínio da frequência ou do tempo, tal como a Teoria das Faixas (*Strip Theory*), até métodos avançados não lineares como Dinâmica de Flúidos Computacional (CFD - *Computer Fluid Dynamics*). Ambos os métodos possuem vantagens e desvantagens. No entanto, apesar de a Teoria das Faixas ser mais simples e considerar determinados pressupostos (e.g. o fluído é invíscido) continua a ter resultados com boa precisão e em que o esforço computacional não é tão exigente, sendo possível obtê-los com computadores com menos esforço computacional e mais rapidamente (Martinussen, 2011).

2.1 Enquadramento Histórico dos Métodos Computacionais Lineares

O cálculo das forças exercidas pelas ondas em corpos flutuantes e os movimentos do mesmo como resposta das forças das ondas, tem sido um tema de interesse por muitos investigadores.

Por forma a prever o comportamento de um navio num determinado estado de mar, as propriedades hidrodinâmicas do mesmo devem ser tidas em conta (Erselcan, 2010).

Sendo assim, existem dois problemas a considerar:

- Cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos das várias secções do navio, sendo estes resultantes do problema da radiação;
- Cálculo das forças e momentos de excitação, devido às ondas incidentes e difratadas.

Relativamente aos métodos lineares para a previsão de um comportamento de um navio num determinada estado de mar, destacam-se os seguintes:

- Teoria das Faixas ou Método das Faixas (*Strip Method*). Estes métodos são das ferramentas computacionais mais convencionais e utilizadas na abordagem dos problemas anteriormente referenciados. Tendo sido inicialmente abordado e estudado em 1950 por Korvin-Kroukovsky e Jacobs, atualmente estes métodos resultam de variações propostas por

Salvesen, Tuck e Faltisen (Salvesen, 1970). De um modo geral, a Teoria das Faixas é um método rápido, barato e para a maior parte dos problemas com resultados suficientemente precisos. O problema da radiação-difração bidimensional para cada faixa, sendo esta uma secção transversal constante do navio, pode ser resolvido a partir dos seguintes métodos (Bertram, 2012):

- Analiticamente, a partir do Método de Mapeamento Conforme (*Conformal Mapping Method*), ou Mapeamento Conforme Multiparâmetro (*Conformal Mapping Multiparameter Method*), transformando semi-círculos em secções transversais reais do navio, sendo normalmente denominadas estas curvas por formas de Lewis. Apesar de o Método de Mapeamento Conforme ser computacionalmente rápido, este possui dificuldades na representação e estudo dos coeficientes hidrodinâmicos nas secções que se situam na popa e proa do navio. No entanto, para estudos dimensionais preliminares, torna-se um método útil, uma vez que apenas é necessário ter em conta a boca, o calado e a área das obras vivas da respetiva secção (Lewis, 1989).
- A partir do Método dos Painéis (*Close-Fit Approach*). O Método de Frank consiste na divisão da secção do navio em vários segmentos de reta. Como vantagem deste método destaca-se o fato de se poder aproximar qualquer forma de secção com uma precisão suficientemente boa, sendo possível obter uma precisão bastante melhor no que respeita a descrição geométrica da secção do casco navio. Relativamente às desvantagens, existem determinadas frequências irregulares que devem ser tidas em conta. Além disso, requer mais tempo computacionalmente. Sendo assim, após uma fase preliminar do estudo dimensional do navio, a aplicação de métodos tais como o de Mapeamento Conforme Multiparâmetro e o de Frank justifica-se (Lewis, 1989).
- Teoria Unificada (*Unified Theory*). Newman (Newman, 1978) e Slavounos desenvolveram no MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) a Teoria Unificada para corpos esbeltos. Foram apresentadas mais evoluções e estudos mais recentemente por Kashiwagi (Kashiwagi, 1997). Apesar dos fundamentos teóricos serem mais concordantes, os resultados deste método não são consideravelmente melhores do que a Teoria das Faixas, tendo falhado para ser utilizado na prática.
- Teoria das Faixas para Grandes Velocidades (HSST - *High Speed Strip Theory*). Tendo sido inicialmente abordado por Chapman (Chapman,

1975), um resumo que aborda os conceitos que têm vindo a ser abordados neste método podem ser vistos em (Kashiwagi, 1997). Este método calcula computacionalmente os movimentos do navio numa onda elementar a partir da teoria linear potencial. De um modo geral, é apropriado para navios que apresentem grandes velocidades, com números de Froude $F_n > 0.4$. Para números de Froude baixos não é apropriado.

- Método da Função de Green (GFM - *Green Function Method*). Uma revisão da literatura destes métodos apresenta-se em (ISSC, 1994). O GFM, a partir dos painéis, considera a função de Green somente a uma velocidade nula. Apesar de permitir menor esforço computacional, não pode ser justificado fisicamente e não é recomendado, sendo questionável para secções reais de cascos de navios.
- Método da Singularidade de Rankine (RSM - *Rankine Singularity Method*). Uma revisão extensiva no domínio da frequência e do tempo pode ser vista em (Bertram, 1996). O RSM considera condições de fronteira mais complexas na superfície livre e no casco, tendo uma melhor aproximação ao problema da previsão do comportamento do navio no mar considerando a teoria potencial. Desde 1990 várias ferramentas computacionais têm vindo a ser desenvolvidas aplicando este método, tais como o programa SWAN (*Ship Wave Analysis*) elaborado no MIT, que foi o primeiro a ser utilizado comercialmente.

No que respeita o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos, existem programas computacionais presentes no mercado, destacando-se Octopus Office elaborado por Amarcon INC. (Journée and Adegeest, 2003) e ShipX (Veres) elaborado por MARINTEK (Fathi, 2004). Relativamente ao Método dos Painéis tridimensional bastante usado pelas empresas de engenharia, destaca-se o programa computacional WAMIT (WAMIT Inc., 2010) (Fossen, 2011).

Apesar de existirem inúmeras referências bibliográficas com a abordagem da previsão do comportamento de um navio no mar, existem determinadas que se podem denominar como referências base, tais como (Korvin-korukovsky, 1961), (Newman, 1977), (Bhattacharyya, 1978), (Lloyd, 1998), (Faltinsen, 1990) e (Faltinsen, 2005) (McCormick, 2010).

Importa referir que, por vezes, grande parte dos problemas e da não concordância dos resultados, se devem não ao método aplicado, mas mais aos problemas resultantes da computação e da implementação do código (Bertram, 2012).

2.2 Sistemas de Coordenadas

O principal intuito da Teoria das Faixas consiste em calcular, a partir de métodos computacionais, os movimentos de um navio considerando-o um corpo rígido. Desta forma, consiste em prever os movimentos de translação (avanço, deriva e arfagem) e de rotação (balanço, cabeceio e guinada) do navio, sendo estes os seus seis graus de liberdade, tal como é demonstrado seguidamente na figura 2.1.

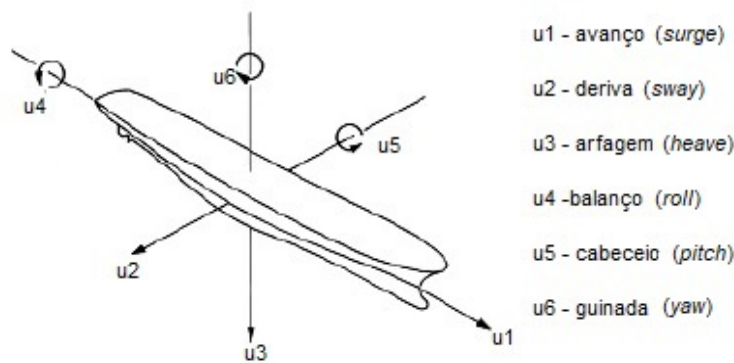


Figura 2.1: Seis graus de liberdade dos movimentos de um navio.*

*Adaptado de Bertram, 2012.

Infelizmente não existe um sistema de coordenadas aceite universal na literatura do comportamento do navio no mar. Desta forma, tendo em conta o principal método numérico linear no domínio da frequência aplicado a ondas lineares, por norma são usados dois sistemas de coordenadas (Bertram, 2012):

- O sistema fixo no navio (sistema não inercial ou ship-fixed system) x , y , z , com os eixos apontando de meio do navio para vante, para estibordo e no sentido da quilha. Neste sistema, o centro de gravidade do navio é independente do tempo x_g , y_g , z_g ;
- O sistema fixo à Terra (sistema inercial ou Earth-fixed system) ξ , η , ζ , que segue o movimento constante do navio com velocidade \mathbf{U} .

É de realçar que, no comportamento do navio no mar, por norma o sistema de coordenadas utilizado é o sistema inercial. Desta forma, o sistema utilizado ao longo do trabalho será o sistema inercial.

2.3 Dinâmica do Navio em Ondas Regulares

A previsão da resposta de um navio é um processo complexo e laborioso, envolvendo as interações entre a dinâmica do próprio navio e as forças hidrodinâmicas envolventes. Conhecendo as respostas do navio em ondas regulares para diferentes frequências, podemos prever o seu comportamento para vários estados de mar (Lewis, 1989).

A forma geral das equações linearizadas da dinâmica do navio nos seis graus de liberdade, ou seja, as equações de Euler do movimento do navio usadas na literatura dedicada ao comportamento no mar, usando os eixos fixos no navio podem ser descritas da seguinte forma:

$$\sum_{k=1}^6 \Delta_{jk} \ddot{\eta}_k(t) = \mathbf{F}_j(t) \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.1)$$

Sendo:

Δ_{jk} as componentes da matriz de inércia do navio, tais como a massa e momento de inércia;

$\ddot{\eta}_k$ as acelerações no modo k ;

\mathbf{F}_j o somatório das forças e momentos que atuam no corpo na direção j ;

$\ddot{\eta}_k$ e \mathbf{F}_j são funções harmônicas na base tempo.

Na equação 2.1 determinados termos em Δ_{jk} poderão considerar-se nulos como mostrou (Abkowitz, 1969) que, sendo o navio simétrico (Lewis, 1989), então esta equação pode-se reduzir às seguintes seis equações respeitantes aos seis graus de liberdade:

$$\begin{aligned} \Delta(\ddot{\eta}_1 + z_c \ddot{\eta}_5) &= \mathbf{F}_1 & \text{Avanço} \\ \Delta(\ddot{\eta}_2 - z_c \ddot{\eta}_4 + x_c \ddot{\eta}_6) &= \mathbf{F}_2 & \text{Deriva} \\ \Delta(\ddot{\eta}_3 - x_c \ddot{\eta}_5) &= \mathbf{F}_3 & \text{Arfagem} \\ \mathbf{I}_{44} \ddot{\eta}_4 - \mathbf{I}_{46} \ddot{\eta}_6 - \Delta z_c \ddot{\eta}_2 &= \mathbf{F}_4 & \text{Balanço} \\ \mathbf{I}_{55} \ddot{\eta}_5 + \Delta(z_c \ddot{\eta}_1 - x_c \ddot{\eta}_3) &= \mathbf{F}_5 & \text{Cabeceio} \\ \mathbf{I}_{66} \ddot{\eta}_6 - \mathbf{I}_{64} \ddot{\eta}_4 + \Delta x_c \ddot{\eta}_2 &= \mathbf{F}_6 & \text{Guinada} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Sendo:

$\mathbf{F}_j(t), j = 1, 2, 3$ o somatório das forças nas direções x, y e z , respetivamente;

$\mathbf{F}_j(t), j = 4, 5, 6$ o somatório dos momentos que atuam nos eixos x, y e z , sendo o momento positivo considerando a regra da mão direita;

Δ a massa total do navio;

$\mathbf{I}_{jj}, j = 4, 5, 6$ os momentos de inércia em torno dos eixos x, y e z , respetivamente;

\mathbf{I}_{46} o produto de inércia entre os graus de liberdade balanço-guinada = \mathbf{I}_{64} ;

$(x_c, 0, z_c)$ as coordenadas do centro de gravidade do navio no sistema não inercial x, y, z ;

$\ddot{\eta}_j(t)$ a aceleração no grau de liberdade j , no sistema com os eixos fixos no navio, referindo-se $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ a avanço, deriva, arfagem, balanço, cabeceio e guinada, respetivamente.

É de realçar que $j = 1, 2, 3$ referem-se a equações de forças (avanço, deriva e arfagem) e $j = 4, 5, 6$ a equações de momentos (balanço, cabeceio e guinada). Comparando as equações 2.1 e 2.2 é possível obter a matriz de inércia:

$$\Delta_{jk} = \begin{bmatrix} \Delta & 0 & 0 & 0 & +\Delta z_c & 0 \\ 0 & \Delta & 0 & -\Delta z_c & 0 & +\Delta x_c \\ 0 & 0 & \Delta & 0 & -\Delta x_c & 0 \\ 0 & -\Delta z_c & 0 & I_{44} & 0 & -I_{46} \\ +\Delta z_c & 0 & -\Delta x_c & 0 & I_{55} & 0 \\ 0 & +\Delta x_c & 0 & -\Delta x_c & 0 & I_{66} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

De um modo geral, os movimentos do navio são determinados pela orientação do sistema não inercial x, y, z relativamente ao sistema inercial ξ, η, ζ (Lewis, 1989).

Considerando apenas as forças gravitacionais e do fluído atuando no navio, a equação 2.1 resulta na seguinte expressão:

$$\sum_{k=1}^6 \Delta_{jk} \ddot{\eta}_k(t) = \mathbf{F}_j(t) = F_{Gj} + F_{Hj} \quad j = 1, 2 \dots 6 \quad (2.4)$$

Sendo:

F_{Gj} a componente da força gravitacional que atua no navio na direção j ;

F_{Hj} a componente das forças do fluído que atuam no navio na direção j ;

Δ_{jk} a matriz de inércia dada pela equação 2.3.

Tendo em conta a teoria linear, as respostas do navio serão diretamente proporcionais à amplitude de onda, ocorrendo à frequência em que o navio sofre as ondas incidentes. Considerado apenas a resposta do navio em ondas sinusoidais, as respostas do navio dependentes do tempo $\eta_j(t)$ serão sinusoidais a uma determinada frequência de encontro ω_e sendo representadas por:

$$\eta_j(t) = \bar{\eta}_j e^{i\omega_e t} \quad j = 1, 2 \dots 6 \quad (2.5)$$

Em que $\bar{\eta}_j$ é a amplitude complexa da resposta do navio na direção j .

A frequência de encontro da onda ω_e , com uma velocidade do navio U e movendo-se num determinado ângulo μ , relativamente a ondas regulares é dada por:

$$\omega_e = \omega_0 + \frac{\omega_0^2}{g} U_0 \cos \mu \quad (2.6)$$

As direções dos ângulos (μ) da onda são: proa, alheta, través, amura e popa, representados na figura 2.2.

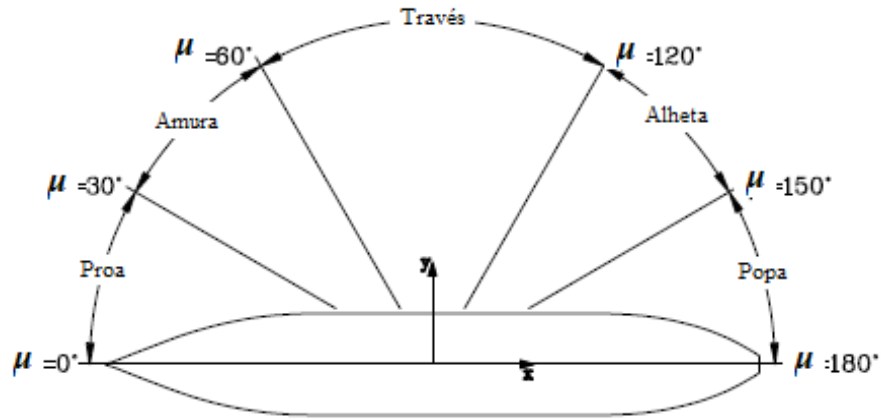


Figura 2.2: Direções dos ângulos da onda.*

*Adaptado de Martinussen, 2011.

As forças hidrostáticas e hidrodinâmicas que atuam no navio são obtidas a partir da integração da pressão do fluido ao longo da superfície das obras vivas do casco do navio S (assumindo o fluido invíscido e irrotacional, o que permite a aplicação da teoria linear). A pressão pode-se obter a partir da equação de Bernoulli:

$$\mathbf{P} = 1/2\rho U_0^2 - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - 1/2\rho(\nabla \Phi \times \nabla \Phi) - \rho g z \quad (2.7)$$

Sendo:

ρ a densidade do fluido;

$\nabla \Phi$ a velocidade vetorial total representando o escoamento do fluido;

U_0 a velocidade de avanço do navio.

Os primeiros três termos da equação anterior representam as contribuições hidrodinâmicas para a pressão e o último termo a contribuição hidrostática, obtendo-se as seguintes equações das forças que atuam no navio:

$$F_{H_j} = F_{HS_j} + F_{HD_j}$$

Força Hidrostática

\Downarrow

$$F_{HS_j} = -\rho g \iint_s z n_j ds \quad (2.8)$$

Forças Hidrodinâmicas

\Downarrow

$$F_{HD_j} = -\rho \iint_s \left(1/2 U_0^2 - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - 1/2 \nabla \Phi \cdot \nabla \Phi \right) n_j ds$$

Considerando o comportamento linear da Teoria das Faixas, as não linearidades do termo $\nabla \Phi \times \nabla \Phi$ na equação de Bernoulli presentes na equação 2.7 podem ser desprezados, sendo considerada uma pressão instável. Tendo em conta esta pressão instável, as forças instáveis (\tilde{F}_{HD_j}) das forças hidrodinâmicas presentes na equação 2.8 são descritas da seguinte forma:

$$\tilde{F}_{HD_j} = -\rho \iint_S n_j \left[i\omega_e - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right] \phi_T e^{i\omega_e t} dS \quad (2.9)$$

Sendo ϕ_T o potencial de perturbação instável, a equação 2.9 resulta em duas forças instáveis atuando no navio:

$$\tilde{F}_{HD_j} = F_{EX_j} + F_{Rj} \quad (2.10)$$

O que resulta nas seguintes expressões:

$$F_{EX_j} = (F_j^I + F_j^D) e^{i\omega_e t} \quad (2.11)$$

F_{EX_j} são as forças de excitação na direção j ;

$$F_j^I = -\rho \iint_S n_j \left(i\omega_e - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_I dS \quad (2.12)$$

F_j^I é a amplitude complexa da componente da força de excitação devido às ondas incidentes, denominada normalmente força de excitação de Froude-Krylov, e ϕ_I o potencial de onda incidente;

$$F_j^D = -\rho \iint_S n_j \left(i\omega_e - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_D dS \quad (2.13)$$

F_j^D é a amplitude complexa da componente da força de excitação devido às ondas difratadas, denominada força de excitação de difração, e ϕ_D o potencial de onda difratado;

$$F_{Rj} = \sum_{k=1}^6 \left[-\rho \iint_S n_j \left(i\omega_e - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_k dS \right] \bar{\eta}_k e^{i\omega_e t} = \sum_{k=1}^6 \mathbf{T}_{jk} \bar{\eta}_k e^{i\omega_e t} \quad (2.14)$$

E F_{Rj} são as forças hidrodinâmicas na direção j devidas ao movimento forçado, e ϕ_k o potencial de radiação devido aos movimentos nos seis graus de liberdade.

A função transferência \mathbf{T}_{jk} é separada por uma parte real e imaginária:

$$\mathbf{T}_{jk} = \omega_e^2 \mathbf{A}_{jk} - i\omega_e \mathbf{B}_{jk} \quad (2.15)$$

A partir da equação 2.14:

$$F_{Rj} = \sum_{k=1}^6 (\omega_e^2 \mathbf{A}_{jk} - i\omega_e \mathbf{B}_{jk}) \bar{\eta}_k e^{i\omega_e t} \quad (2.16)$$

Sendo $F_j^I + F_j^D$ as duas componentes da amplitude das forças de excitação, após algumas simplificações a equação 2.4 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{k=1}^6 \left[-\omega_e^2 (\Delta_{jk} + \mathbf{A}_{jk}) + i\omega_e \mathbf{B}_{jk} + \mathbf{C}_{jk} \right] \bar{\eta}_k = \mathbf{F}_j(t) = F_j^I + F_j^D \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (2.17)$$

Sendo:

\mathbf{A}_{jk} os coeficientes de massa acrescentada, $\text{Re}(\mathbf{T}_{jk}/\omega_e^2)$;

\mathbf{B}_{jk} os coeficientes de amortecimento, $\text{Im}(-\mathbf{T}_{jk}/\omega_e)$;

\mathbf{C}_{jk} os coeficientes da força de restituição hidrostática (F_{HSj}), $F_{HSj} = -\sum_{k=1}^6 \mathbf{C}_{jk} \bar{\eta}_k e^{i\omega_e t}$.

Aplicando a Teoria das Faixas torna-se possível obter uma solução para os problemas de radiação e difração.

De forma resumida, a partir da equação dinâmica do navio é necessário ter em conta as seguintes considerações:

- Forças Hidrodinâmicas:

- Forças internas resultantes do problema da radiação envolvem a massa acrescentada \mathbf{A}_{jk} e amortecimento \mathbf{B}_{jk} ;

- Forças de excitação externas devido às ondas incidentes - F_j^I .
- Forças de excitação externas devido às ondas difratadas - F_j^D .
- Forças Estáticas:
 - Força de restituição hidrostática C_{jk}

2.4 Cargas Hidrodinâmicas: Teoria das Faixas

Os grandes desafios na obtenção do comportamento dinâmico de um navio no mar consistem no cálculo de coeficientes hidrodinâmicos, forças de excitação e nas respectivas amplitudes de resposta. Este pode ser simplificado a partir da aplicação da Teoria das Faixas.

Aplicando a Teoria das Faixas, e para simplificar os conceitos abordados, o problema tridimensional (3D - 3 dimensões) é reduzido num problema bidimensional (2D - 2 dimensões), dividindo o casco em várias secções verticais bidimensionais ao longo do comprimento do navio, em que cada faixa tem secção transversal constante (Martinussen, 2011) e um escoamento que não interfere longitudinalmente com o da faixa adjacente. Posteriormente, serão apresentadas algumas restrições que necessitam de ser consideradas na aplicação da Teoria das Faixas.

Uma abordagem comum no cálculo das cargas hidrodinâmicas pode ser feita dividindo o problema hidrodinâmico em dois sub-problemas (Martinussen, 2011):

- Sub-problema A: é impedido o movimento do navio quando exposto a ondas incidentes. Neste sub-problema são calculadas as forças e momentos de excitação da onda, decompostos em forças e momentos de Froude-Krylov e forças e momentos de excitação de difração.
- Sub-problema B: não são consideradas as ondas, no entanto oscila-se o navio nos seus seis graus de liberdade na frequência de encontro correspondente à frequência de onda do sub-problema A. Neste sub-problema são determinados os coeficientes de massa acrescentada A_{jk} , amortecimento B_{jk} , e da força de restituição hidrostática C_{jk} .

A equação desacoplada do movimento do navio nos seus seis graus de

liberdade é dada por:

$$(M + A)\ddot{\eta} + B\dot{\eta} + C\eta = F_e^{i\omega_e t}$$

$$\text{Sub - problema A} \rightarrow F_e^{i\omega_e t} \quad (2.18)$$

$$\text{Sub - problema B} \rightarrow A\ddot{\eta} + B\dot{\eta} + C\eta$$

Desta forma, o sub-problema A aborda as cargas de excitação da onda e o sub-problema B os coeficientes de massa acrescentada \mathbf{A}_{jk} , amortecimento \mathbf{B}_{jk} , e da força de restituição hidrostática \mathbf{C}_{jk} . Este trabalho dedica-se ao sub-problema B no que diz respeito à estimação de \mathbf{A}_{jk} e \mathbf{B}_{jk} .

No que consiste a aplicação da Teoria Potencial Bidimensional - Teoria das Faixas, existem determinadas restrições (Lewis, 1989):

- O navio deve ser assumido como um corpo esbelto, isto é, a sua boca e calado são bastante menores comparativamente com o seu comprimento, e as mudanças de secção transversal variam gradualmente ao longo do comprimento do navio.
- A variação do escoamento no plano da direção transversal é bastante maior do que a variação na direção longitudinal do navio (Fossen, 2011).
- O campo de escoamento em cada secção transversal do navio pode ser aproximada assumindo o escoamento bidimensional na respetiva faixa.

Capítulo 3

Técnicas de Mapeamento Conforme

O mapeamento conforme é utilizado para transformar a secção do navio num círculo, em que a forma da expansão multipolar do potencial é conhecida. Por sua vez, esta representação é novamente transformada no plano físico da secção a partir da derivação da função mapeadora (Westlake P. C., 2000).

Assim, o problema do mapeamento conforme transforma-se apenas na determinação dos parâmetros da transformação que mapeiam a secção arbitrária do navio num círculo unitário.

O Método do Mapeamento Conforme de dois parâmetros ou Método de Lewis iniciou-se com o estudo de Lewis (Lewis, 1929). Este método produz representações razoáveis de secções de navios convencionais (Westlake P. C., 2000).

3.1 Método de Transformação de Lewis

Pelo facto de os cascos dos navios não terem secções transversais semi-circulares, o Método da Transformação de Lewis é implementado para representar os resultados do semi-círculo imerso em soluções para secções transversais de navios. Sendo assim, devem ser tidas em conta as seguintes considerações (Lloyd, 1998):

- São assumidas pequenas amplitudes de movimento;
- Os coeficientes hidrodinâmicos são calculados tendo em conta as considerações do escoamento potencial da:

- Inviscidez;
 - Incompressibilidade;
 - Inexistência de separação do fluído;
 - Inexistência de fricção.
- A transformação apenas considera a parte submersa do navio.
 - O mapeamento apenas considera a parte submersa da secção transversal do casco do navio.

Neste método, o círculo e o fluído envolvente (função corrente e função potencial) são calculados no plano complexo z sendo que:

$$z = x + iy = ire^{-i\theta} \quad (3.1)$$

Estes resultados são mapeados no escoamento em redor de uma secção transversal do casco do navio no plano complexo ζ (o plano de secção transversal do casco) definido como:

$$\zeta = x_{B2} + ix_{B3} \quad (3.2)$$

Estes dois planos complexos podem-se relacionar a partir da seguinte transformação:

$$\zeta = f(z) \quad (3.3)$$

Importa referir que, para cada tamanho e forma da secção do navio no plano ζ , a forma funcional das equações de transformação devem ser determinadas para cada caso individualmente.

Sendo assim, a transformação que irá mapear qualquer ponto num semicírculo de raio a metros no plano z num ponto correspondente numa determinada forma no plano ζ (se os valores apropriados dos coeficientes a_0 , a_1 , a_3 forem escolhidos) podem ser expressos como (Lloyd, 1998):

$$\zeta = f(z) = a_0 a \left(\frac{z}{a} + \frac{aa_1}{z} + \frac{a^3 a_3}{a^3} \right) \quad (3.4)$$

As formas de Lewis são caracterizadas pelos seguintes valores:

- Coeficiente da área da secção:

$$\sigma = \frac{A}{BD} \quad (3.5)$$

- Relação boca/calado:

$$H = \frac{B}{D} \quad (3.6)$$

Sendo:

A a área submersa da secção $[m]$;

B a boca submersa da secção $[m]$;

D o calado da secção $[m]$.

Tendo em conta que a secção do navio tem raio $r = a$ $[m]$, substituindo as equações 3.1 e 3.2 na equação 3.4, e separando as partes real e imaginária, é possível obter um par de equações paramétricas em θ (desde $\theta = \pi/2$ até $\theta = 0$) descrevendo a forma de Lewis no plano ζ :

$$x_{B2} = a_0 a [(1 + a_1) \sin \theta - a_3 \sin(3\theta)] [m] \quad (3.7)$$

$$x_{B3} = a_0 a [(1 - a_1) \cos \theta - a_3 \cos(3\theta)] [m] \quad (3.8)$$

Os coeficientes a_1 e a_3 são obtidos a partir das seguintes expressões:

$$c = 3 + \frac{4\sigma}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma}{\pi}\right) \left(\frac{H-2}{H+2}\right)^2 \quad (3.9)$$

$$a_3 = \frac{3 - c + \sqrt{9 - 2c}}{c} \quad (3.10)$$

$$a_1 = (1 + a_3) \left(\frac{H-2}{H+2}\right) \quad (3.11)$$

Deve-se ter em consideração que a_0 é um fator de escala que rege toda a dimensão da forma de Lewis (de Jong, 1969):

$$a_0 = \frac{B_0}{1 + a_1 + a_3} \quad (3.12)$$

Sendo B_0 metade da boca submersa da secção. Alguns exemplos de formas de Lewis estão apresentados na figura 3.1.

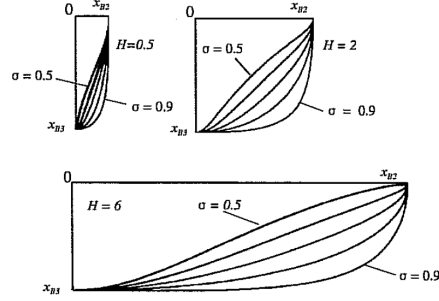


Figura 3.1: Exemplos de formas de Lewis.*

*Retirado de Lloyd, 1998.

Embora não existam limites para o valor da relação boca/calado, há determinados intervalos em que o valor do coeficiente da área da secção é permitido, com vista a que as formas de Lewis não sejam excessivamente deformadas. Esses intervalos foram definidos como (Lloyd, 1998):

$$\frac{3\pi}{64}(4-H) \leq \sigma \leq \frac{3\pi}{256}(24+H) \text{ para } H \leq 2 \quad (3.13)$$

$$\frac{3\pi}{16} \left(\frac{H-1}{H-1} \right) \leq \sigma \leq \frac{3\pi}{64} \left(\frac{1+6H}{H} \right) \text{ para } H \geq 2$$

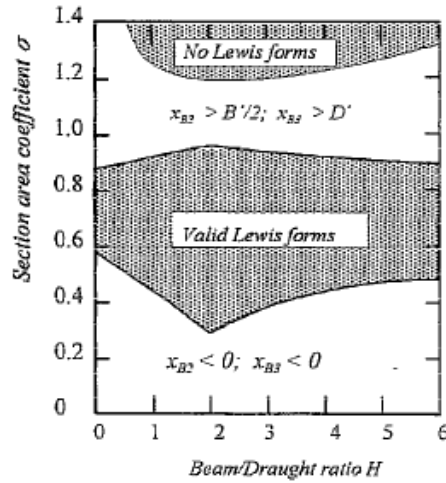


Figura 3.2: Intervalos permitidos das formas de Lewis.*

*Retirado de Lloyd, 1998.

3.2 Método de Transformação Conforme Multiparâmetro

Tendo em conta o facto de uma secção de um determinado navio não possuir uma forma simples, a aplicação da Transformação de Lewis não consegue, por vezes, mapear corretamente a forma, o que implica que a mesma não possa ser representada corretamente e prejudique os cálculos dos coeficientes hidrodinâmicos.

Sendo assim, por forma a perceber melhor o que se encontra em questão relativamente ao mapeamento de uma forma de uma secção, foi aplicada uma Transformação Conforme Multiparâmetro.

Considerando a secção do navio simétrica e P pontos existentes da secção do navio, a relação entre o ângulo θ do semi-círculo no plano ζ e as variáveis x e y dos vários pontos da secção ao longo da secção do navio no plano z pode ser representada pelas seguintes expressões (pág. 22 (de Jong, 1969)):

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = a_0 \sin \theta + \left[\sum_{n=0}^N (-1)^n a_{2n+1} \sin(2n+1)\theta_p \right] \\ f(y) = a_0 \cos \theta + \left[\sum_{n=0}^N (-1)^{n+1} a_{2n+1} \cos(2n+1)\theta_p \right] \end{array} \right\} \text{ para } p = 1 \dots P \quad (3.14)$$

De um modo geral, uma das principais diferenças entre ambos os métodos consiste no número de parâmetros, isto é, no número de coeficientes da expansão em série. Sendo assim, na Transformação Conforme Multiparâmetro são considerados mais parâmetros, aumentando o valor de N e o número de coeficientes. Uma vez que as equações são não lineares, estas não podem ser resolvidas diretamente, sendo necessário um processo iterativo e tornando-se necessárias as coordenadas x e y dos vários pontos da secção do navio para calcular os vários coeficientes $a_0, a_1, a_3 \dots a_N$.

Desta forma, foi aplicado o Método dos Mínimos Quadrados para o cálculo dos vários coeficientes.

Inicialmente torna-se necessária a construção da matriz A dos vários termos das expressões 3.14, sabendo que se consideram P pontos da secção do navio:

$$A = \begin{bmatrix} \sin \theta_1 & (-1)^n \sin(2n+1)\theta_1 & \cdots & (-1)^N \sin(2N+1)\theta_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sin \theta_p & (-1)^n \sin(2n+1)\theta_p & \cdots & (-1)^N \sin(2N+1)\theta_p \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sin \theta_P & (-1)^n \sin(2n+1)\theta_P & \cdots & (-1)^N \sin(2N+1)\theta_P \\ \cos \theta_1 & (-1)^{n+1} \cos(2n+1)\theta_1 & \cdots & (-1)^{N+1} \cos(2N+1)\theta_1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \cos \theta_p & (-1)^{n+1} \cos(2n+1)\theta_p & \cdots & (-1)^{N+1} \cos(2N+1)\theta_p \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \cos \theta_P & (-1)^{n+1} \cos(2n+1)\theta_P & \cdots & (-1)^{N+1} \cos(2N+1)\theta_P \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Tendo em conta a matriz B das várias coordenadas x e y dos pontos da secção e a matriz A pretende-se obter a matriz desejada C dos coeficientes:

$$B = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_p \\ \vdots \\ x_P \\ y_1 \\ \vdots \\ y_p \\ \vdots \\ y_P \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{2n+1} \\ \vdots \\ a_{2N+1} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Sabendo que:

$$[A][B] = [C] \quad (3.17)$$

Concatenando as funções $f(x)$ e $f(y)$ das equações 3.14 na função $f(x, y)$, então $f(x, y)$ será extremo em C sempre que:

$$A^T A C = A^T B \quad (3.18)$$

E tendo em conta que o vetor C (ponto de estacionaridade de f) que satisfaz a equação matricial $f(x, y)$ é um minimizante de f , é possível constatar que os coeficientes $a_0, \dots, a_{2n+1}, \dots, a_{2N+1}$ que permitem determinar a função $f(x, y)$ que melhor aproxima os pontos referidos do vetor B ,

na perspectiva dos mínimos quadrados, poderão ser calculados a partir da seguinte equação matricial:

$$C = \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{2n+1} \\ \vdots \\ a_{2N+1} \end{bmatrix} = (A^T A)^{-1} A^T B$$

Capítulo 4

Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos

A previsão da resposta do navio num determinado estado de mar e a estimativa das cargas hidrodinâmicas das ondas são alguns dos aspetos mais importantes no que diz respeito ao dimensionamento do navio (Westlake P. C., 2000).

Tal como já referenciado anteriormente, o princípio da Teoria das Faixas envolve a divisão da parte submersa do navio num número finito de faixas. Desta forma, os coeficientes hidrodinâmicos 2D - massa acrescentada e amortecimento, podem ser calculados para cada faixa e, por sua vez, serem somados ao longo do comprimento do navio por forma a serem determinados os coeficientes hidrodinâmicos 3D. Os coeficientes hidrodinâmicos 2D podem ser calculados a partir de métodos dos elementos de contorno ou através de mapeamento conforme e expressões analíticas (Fossen, 2011).

Muitos investigadores têm vindo a estudar o cálculo de coeficientes hidrodinâmicos 2D - massa acrescentada e amortecimento, tais como (Landweber and Macagno, 1957), (Landweber and Macagno, 1959), (Ursell, 1949), (Tasai, 1959), (Tasai, 1966), (Grim, 1959) e (Porter, 1960), entre outros, usando as formas de Lewis (Lloyd, 1998).

No entanto, atualmente a maior parte das ferramentas computacionais existentes aplicam métodos mais complexos, tais como o Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro e Método dos Painéis.

4.1 Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos pelo Método de Mapeamento Conforme

Neste trabalho procurou-se produzir um algoritmo que permita calcular em fases iniciais do projeto conceptual de um navio os coeficientes hidrodinâmicos.

Para tal recorreu-se ao Método do Mapeamento Conforme de dois parâmetros, comunmente conhecido pela designação de formas de Lewis. Este método permite com pouco esforço computacional encontrar valores dos coeficientes hidrodinâmicos para estimativas iniciais.

O algoritmo que foi elaborado a partir da plataforma computacional Matlab[®] calcula, a partir do Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros, a massa acrescentada a_{33} e amortecimento b_{33} locais em cada secção do navio, bem como a massa acrescentada A_{33} e amortecimento B_{33} globais do navio em estudo. O método aplicado foi baseado no documento elaborado por (Lloyd, 1998). Este, engloba as propriedades das aproximações das formas de Lewis para secções convencionais de navios e apresenta os coeficientes da massa acrescentada e amortecimento.

Considerando os estudos de de Jong (de Jong, 1969), as expressões da massa acrescentada e amortecimento locais em arfagem (a_{33} e b_{33}), deriva (a_{22} e b_{22}), balanço (a_{44} e b_{44}), balanço devido a deriva (a_{42} e b_{42}) e deriva devido a balanço (a_{24} e b_{24}) para cada secção transversal do navio são dadas pelas seguintes expressões:

$$a_{33} = \frac{\rho B^2 (A_* N_0 + B_* M_0)}{2(A_*^2 + B_*^2)} [Kg/m] \quad (4.1)$$

$$b_{33} = \frac{\rho B^2 \omega \pi^2}{4(A_*^2 + B_*^2)} [Ns/m^2] \quad (4.2)$$

$$a_{22} = \frac{\rho B^2}{2} \left[\frac{p_0 N_0 + q_0 M_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Kg/m] \quad (4.3)$$

$$b_{22} = \frac{\rho \omega B^2}{2} \left[\frac{p_0 M_0 - q_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/m^2] \quad (4.4)$$

$$a_{42} = \frac{\rho B^3}{2} \left[\frac{p_0 X_R + q_0 Y_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns^2] \quad (4.5)$$

$$b_{42} = \frac{\rho B^3}{2} \left[\frac{p_0 Y_R - q_0 X_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns] \quad (4.6)$$

$$a_{44} = \frac{\rho B^4}{16} \left[\frac{p_0 X_R + q_0 Y_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Kgm] \quad (4.7)$$

$$b_{44} = \frac{\rho \omega B^4}{16} \left[\frac{p_0 Y_R + q_0 X_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/rad] \quad (4.8)$$

$$a_{24} = \frac{\rho B^3}{8} \left[\frac{q_0 M_0 + p_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns^2/radm] \quad (4.9)$$

$$b_{24} = \frac{\rho \omega B^3}{8} \left[\frac{p_0 M_0 - q_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/radm] \quad (4.10)$$

As expressões auxiliares para o cálculo de todos os coeficientes hidrodinâmicos locais encontram-se presentes em Apêndice A.

4.2 Validação Preliminar

Inicialmente importa referir que antes de implementar os cálculos para uma secção transversal de um navio e, posteriormente, para todas as secções ao longo do navio para obter os coeficientes hidrodinâmicos globais, torna-se necessário efetuar uma validação inicial do método e algoritmo com resultados presentes na comunidade científica.

Sendo assim, foram comparadas as curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem (a_{33} e b_{33}) e deriva (a_{22} e b_{22}) presentes na pág. 120 (Lloyd, 1998), bem como na página 61 (Lewis, 1989) com as curvas obtidas no algoritmo elaborado em Matlab[®].

A legenda das curvas apresentadas no manual (Lloyd, 1998):





<i>Form</i>	<i>Key</i> <i>H</i>	σ	<i>Symbol</i>
Rectangle D	2	1.0	
Rectangle E	4	1.0	
Rectangle F	8	1.0	
Triangle G	1.155	0.5	

Figura 4.1: Legenda das curvas dos coeficientes hidrodinâmicos não-dimensionais em arfagem (a_{33} e b_{33}) presentes na pág. 120. *

*Retirado de Lloyd, 1998.

4.2.1 Resultados de Massa Acrescentada e Amortecimento para uma Forma de Lewis em Arfagem

Foram comparados os resultados de Lloyd (Lloyd, 1998) e de Lewis (Lewis, 1989) com o algoritmo elaborado em Matlab[®] para os coeficientes hidrodinâmicos de massa acrescentada e amortecimento em arfagem.

Seguidamente, apresentam-se as comparações entre os resultados de Lloyd (Lloyd, 1998) e do algoritmo elaborado em Matlab[®] para a_{33} e b_{33} .

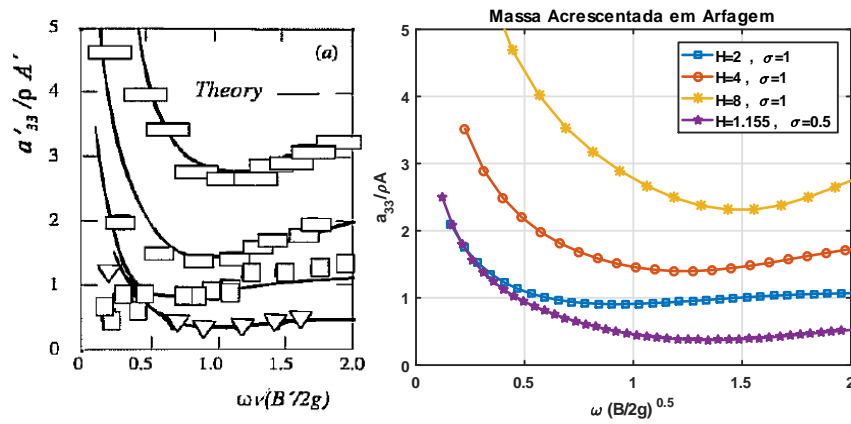


Figura 4.2: Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - a_{33} .

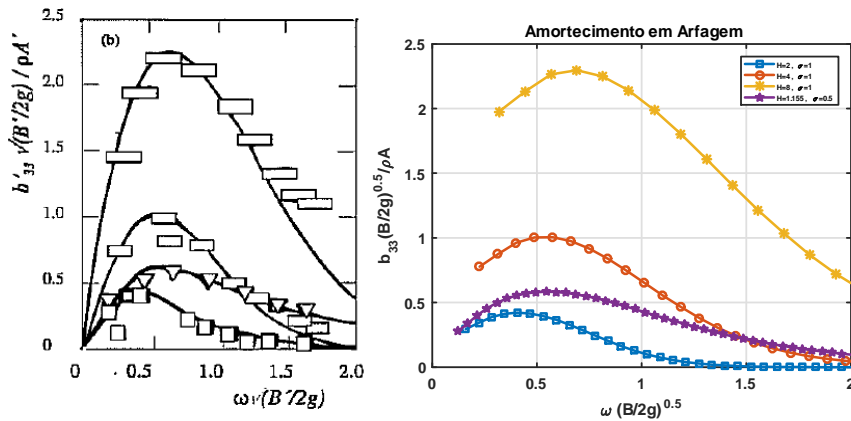


Figura 4.3: Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - b_{33} .

Foram também comparadas as curvas de a_{33} e b_{33} de Lewis (Lewis, 1989) e do algoritmo elaborado em Matlab[®], estando apresentadas seguidamente.

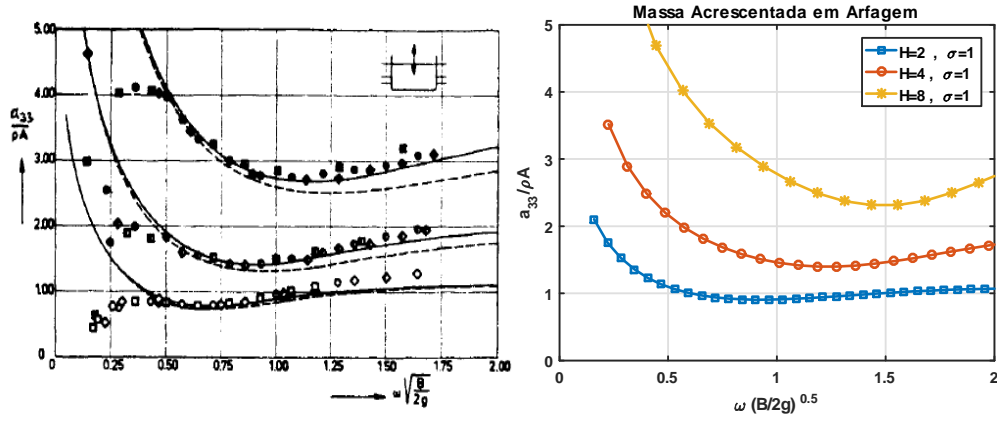


Figura 4.4: Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - a_{33} .

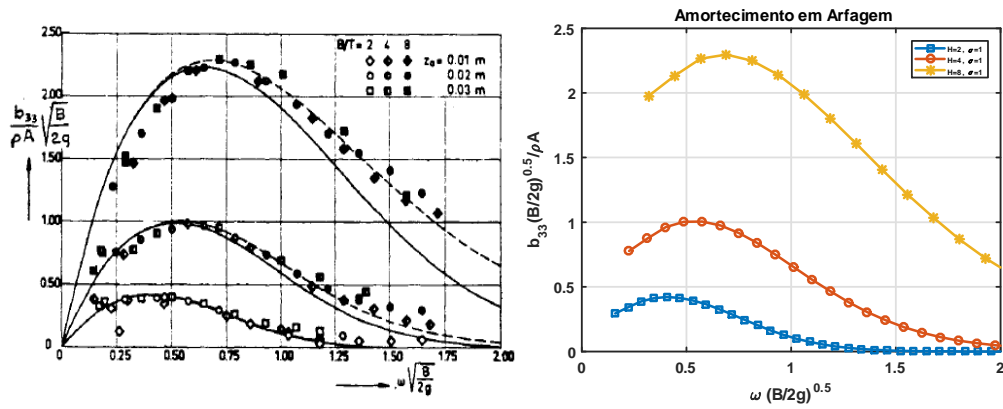


Figura 4.5: Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - b_{33} .

4.2.2 Resultados de Massa Acrescentada e Amortecimento para uma Forma de Lewis em Deriva

Foram comparados os resultados de Lloyd (Lloyd, 1998) e de Lewis (Lewis, 1989) com o algoritmo elaborado em Matlab[®] para os coeficientes hidrodinâmicos de massa acrescentada e amortecimento em deriva. Por forma a que os gráficos obtidos pelo algoritmo elaborado sejam de mais fácil representação, as escalas dos mesmos encontram-se diferentes das dos manuais, sendo que a alternativa seria digitalizar ponto a ponto os resultados dos manuais e sobrepô-los nos gráficos obtidos pelo algoritmo.

Seguidamente, apresentam-se as comparações entre os resultados de Lloyd (Lloyd, 1998) e do algoritmo elaborado em Matlab[®] para a_{22} e b_{22} .

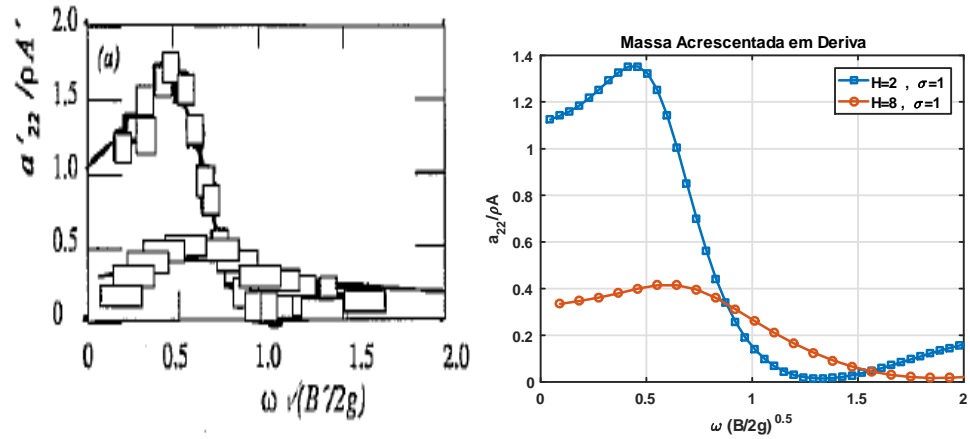


Figura 4.6: Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - a_{22} .

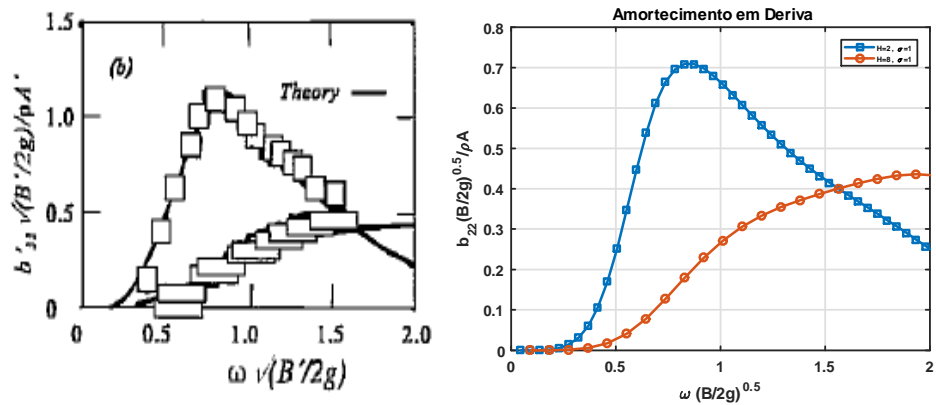


Figura 4.7: Resultados de Lloyd (Lloyd,1998) e do algoritmo elaborado - b_{22} .

Foram também comparadas as curvas de a_{22} e b_{22} de Lewis (Lewis, 1989) e do algoritmo elaborado em Matlab[®], estando apresentadas seguidamente.

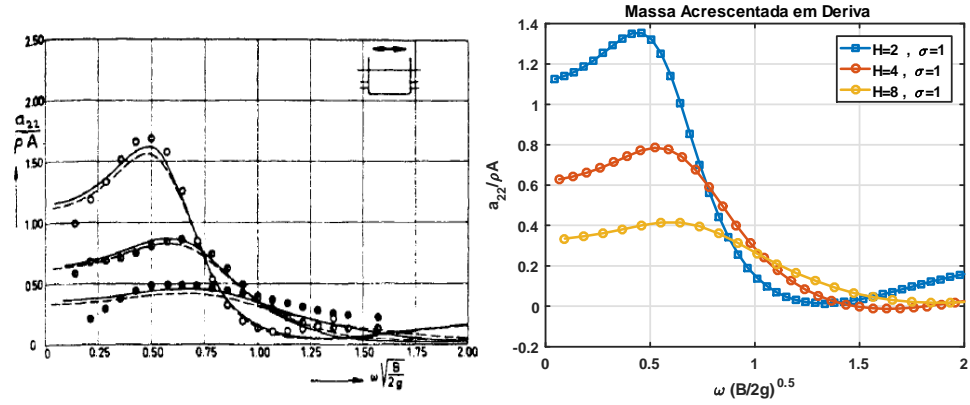


Figura 4.8: Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - a_{22} .

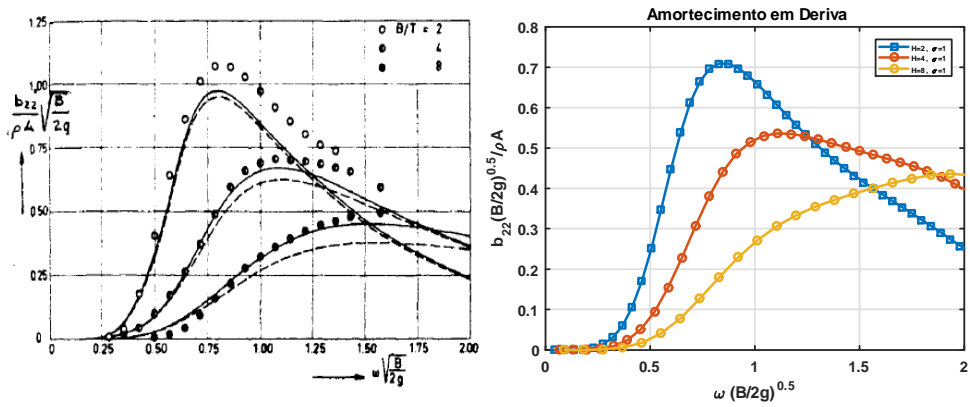


Figura 4.9: Resultados de Lewis (Lewis,1989) e do algoritmo elaborado - b_{22} .

4.2.3 Análise dos Resultados Obtidos

Comparando as curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos presentes na pág. 120 (Lloyd, 1998) com as curvas obtidas no algoritmo escrito em Matlab[®], é possível observar os seguintes erros:

- Arfagem:
 - O erro para a_{33} é sempre menor do que para b_{33} , sendo que para a_{33} podemos considerar que existe uma boa concordância entre os resultados do código e os apresentados por Lloyd (Lloyd, 1998). Relativamente a b_{33} já se observam erros significativos que dependem da forma considerada.
- Deriva:
 - Os erros em deriva são globalmente maiores do que em arfagem, não sendo neste momento claro a razão de tal comportamento.

Relativamente às curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos presentes nas páginas 61, 62 e 63 (Lewis, 1989) com as curvas obtidas no algoritmo escrito em Matlab[®], observaram-se os seguintes erros:

- Arfagem:
 - Na validação com Lewis (Lewis, 1989) o erro é baixo para ambos os coeficientes, pode-se então considerar que existe uma boa concordância entre os resultados do código e os apresentados por Lewis (Lewis, 1989).
- Deriva:
 - Os erros em deriva são globalmente maiores do que em arfagem, tal como na validação com os resultados apresentados por Lloyd (Lloyd 1998) e dentro das mesmas ordens de grandeza.

Destas duas validações podemos concluir que o código apresenta resultados para formas simples com o erro dentro de um intervalo até:

- 7% para a_{33} ;
- 20% para b_{33} ;

- 20% para a_{22} ;
- 15% para b_{22} .

Tendo em conta os resultados do manual respetivo (Manual) e os do algoritmo em Matlab[®] (Matlab), a expressão utilizada para cálculo dos erros apresentados foi a seguinte:

$$Erro = \frac{Manual - Matlab}{Manual} * 100(\%) \quad (4.11)$$

Comparação de Resultados de Lloyd e de Lewis com algoritmo em Matlab®					
	Dimensões / Coeficiente	$H = 8, \sigma = 1$	$H = 4, \sigma = 1$	$H = 2, \sigma = 1$	$H = 1.155, \sigma = 0.5$
1	a_{33}	7%	4%	3%	9%
1	b_{33}	11%	10%	20%	11%
2	a_{33}	1%	6%	2%	
2	b_{33}	2%	1%	1%	
1	a_{22}	20%		11%	
1	b_{22}	5%		15%	
2	a_{22}	18%	13%	11%	
2	b_{22}	5%	7%	11%	

Legenda:	
1	Lloyd e Matlab
2	Lewis e Matlab

Tabela 4.1: Resultados de Lloyd e Lewis com algoritmo elaborado em Matlab.

Capítulo 5

Comparação de Resultados: Método de Lewis vs. Método de Frank

No que concerne o estudo e aplicação do cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos, após ter sido efetuada uma validação inicial, afigura-se necessária uma validação mais precisa dos resultados obtidos com outro método computacional de aplicação geométrica mais universal.

Assim, foram comparados os resultados de três secções de uma fragata da Marinha Portuguesa, uma secção de ré, uma de meio-navio e uma de vante representativas de formas com diversas relações boca/calado. Foram comparados os resultados do algoritmo escrito baseado no Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros, ou algoritmo das formas de Lewis e os resultados de um algoritmo existente no IST (Instituto Superior Técnico) que aplica o Método dos Painéis bidimensional de Frank, também conhecido por Método de Frank.

Das 20 secções em que se encontrava dividida a fragata, foram consideradas três secções, mais concretamente as secções 4, 12 e 19, tendo estas as seguintes dimensões:

Secções consideradas da fragata da Marinha Portuguesa					
Secção	$B [m]$	$D [m]$	$A [m^2]$	σ	H
4	12.23	4	11.11	0.2271	3.0575
12	13.75	4	26.41	0.4802	3.4375
19	2.39	4	4.49	0.4697	0.5975

Tabela 5.1: Secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa.

Tendo em conta o algoritmo escrito em Matlab[®], torna-se possível obter não só as formas de Lewis das respetivas secções, mas também as curvas não-dimensionais a_{33} , b_{33} , a_{22} , b_{22} , a_{44} , b_{44} , a_{42} , b_{42} e a_{24} , b_{24} , com um determinado intervalo de frequências de encontro definido, mais concretamente 14 frequências correspondentes ao navio a 15 nós num determinado espetro de mar:

$$\omega_e(B/2g)^{0.5} = [0.29, 0.34, 0.39, 0.45, 0.5, 0.56, 0.61, 0.72, 0.84, 0.98, 1.12, 1.17, 1.78, 2.58].$$

Estas frequências de encontro foram baseadas nos períodos modais de onda apresentados na tabela 3 no documento NATO ANEP II (NATO, 1983) para vários estados de mar.

$T (sec)$	$f (Hz)$	$\omega(rad/s)$	$\omega_e(rad/s)$
25,6	0,039	0,245	0,293
22,7	0,044	0,277	0,337
20,0	0,050	0,314	0,392
17,8	0,056	0,353	0,451
16,4	0,061	0,383	0,499
14,9	0,067	0,422	0,562
13,9	0,072	0,452	0,613
12,3	0,081	0,511	0,716
10,9	0,092	0,576	0,838
9,7	0,103	0,648	0,978
8,8	0,114	0,714	1,115
8,5	0,118	0,739	1,169
6,3	0,159	0,997	1,780
4,9	0,204	1,282	2,576
3,2	0,313	1,963	4,996

Tabela 5.2: Períodos modais de onda para vários estados de mar e correspondentes frequências de encontro. *

*Retirado de NATO,1983.

As formas de Lewis das secções transversais consideradas da fragata estudada encontram-se representadas na seguinte figura:

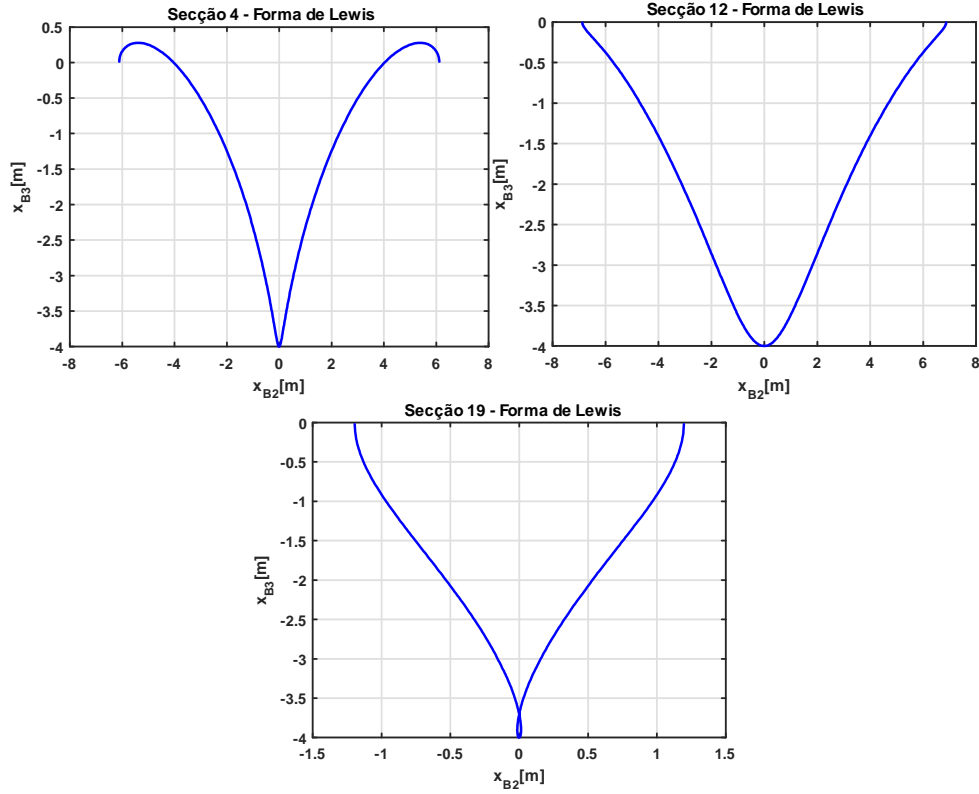


Figura 5.1: Formas de Lewis das secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa.

Por conseguinte, é possível constatar que a secção 12 possui uma forma de Lewis válida e que represente a secção com dimensões pertencentes aos intervalos em que o valor do coeficiente da área da secção é permitido. Contrariamente, as secções 4 e 19 não pertencem aos intervalos definidos, sendo as respetivas formas de Lewis deformadas.

5.1 Massa Acrescentada e Amortecimento em Arfagem

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem para a secção 4 foram obtidas as respetivas diferenças: 5.68% para a_{33} e 8.65% para b_{33} .

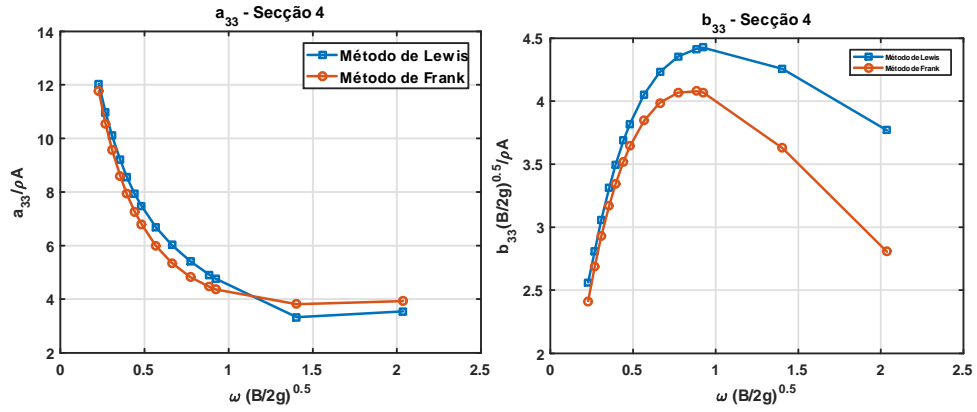


Figura 5.2: Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem para a secção 12 foram obtidas as respetivas diferenças: 85.91% para a_{33} e 167.46% para b_{33} .

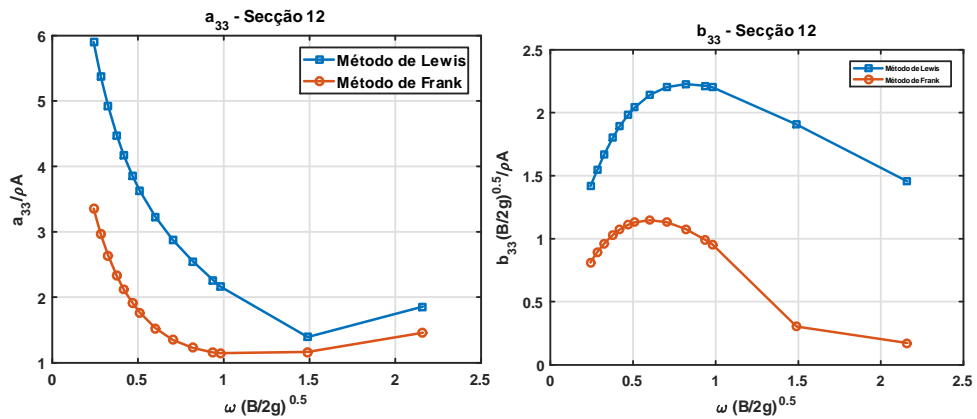


Figura 5.3: Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem para a secção 19 foram obtidas as respetivas diferenças: 95.88% para a_{33} e 121.27% para b_{33} .

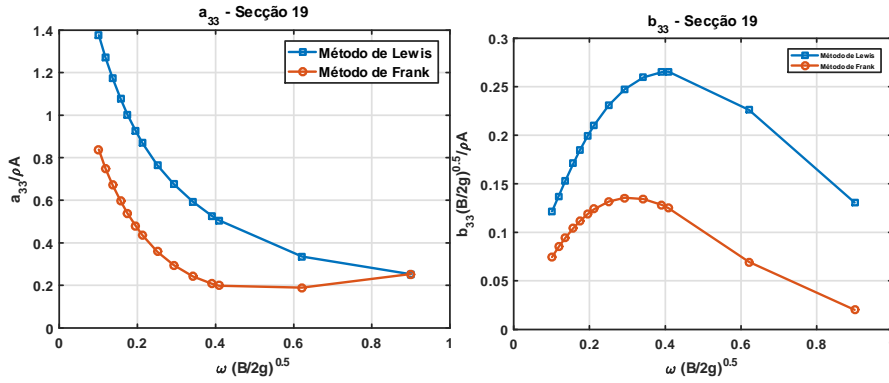


Figura 5.4: Comparação entre métodos - a_{33} e b_{33} - secção 19.

Desta comparação, verifica-se que o código desenvolvido segue a tendência dos resultados de Frank, mas tende a sobreestimar os valores. Tal é negligível para a secção mais a ré mas significativo nas secções a meio navio e mais a vante.

5.2 Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva para a secção 4 foram obtidas as respetivas diferenças: 439.56% para a_{22} e 230.41% para b_{22} .

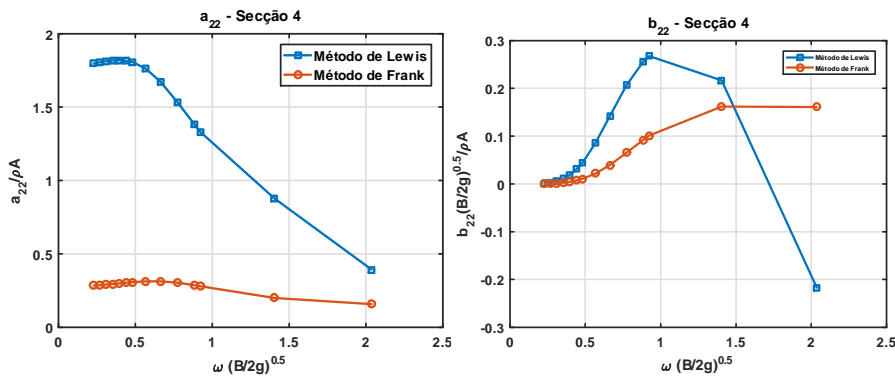


Figura 5.5: Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva para a secção 12 foram obtidas as respetivas diferenças: 26.23% para a_{22} e -43.23% para b_{22} .

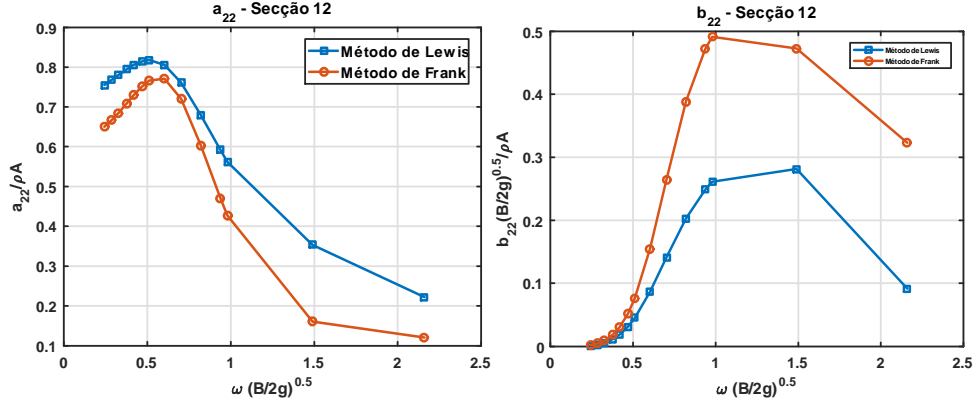


Figura 5.6: Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 12.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva para a secção 19 foram obtidas as respetivas diferenças: 51.89% para a_{22} e -11.08% para b_{22} .

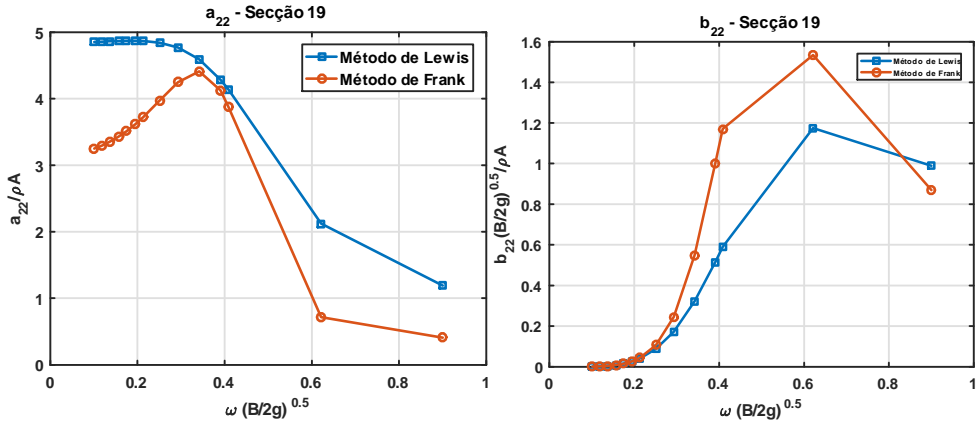


Figura 5.7: Comparação entre métodos - a_{22} e b_{22} - secção 19.

Da análise destes resultados verifica-se não existir um padrão e uma diferença suficientemente pequena para comparação dos resultados.

5.3 Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço para a secção 4 foram obtidas as respetivas diferenças: -23.26% para a_{44} e -163.00% para b_{44} .

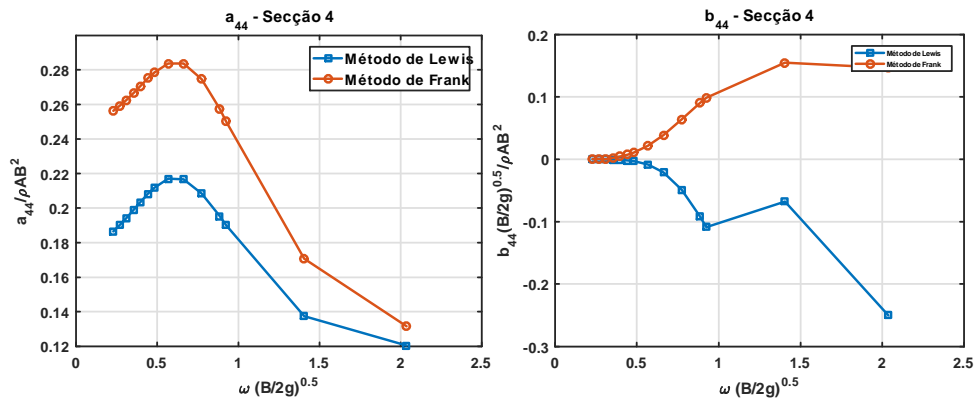


Figura 5.8: Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço para a secção 12 foram obtidas as respetivas diferenças: 89.71% para a_{44} e -270.17% para b_{44} .

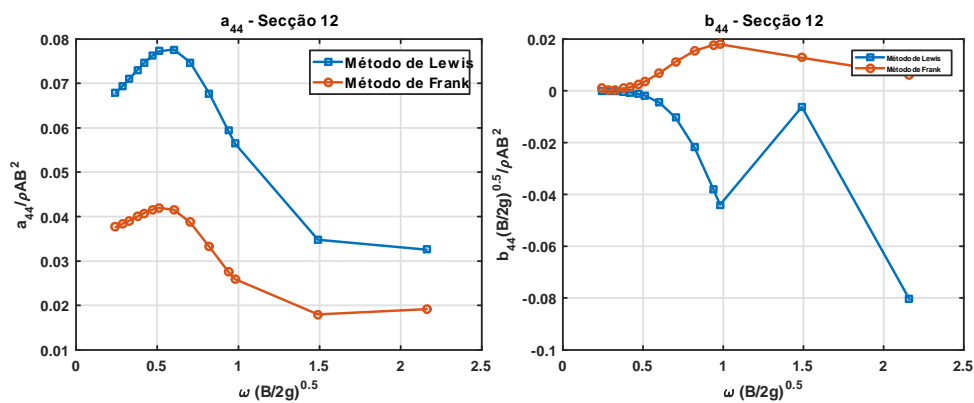


Figura 5.9: Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 12.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço para a secção 19 foram obtidas as respetivas diferenças: -16.10% para a_{44} e -25.41% para b_{44} .

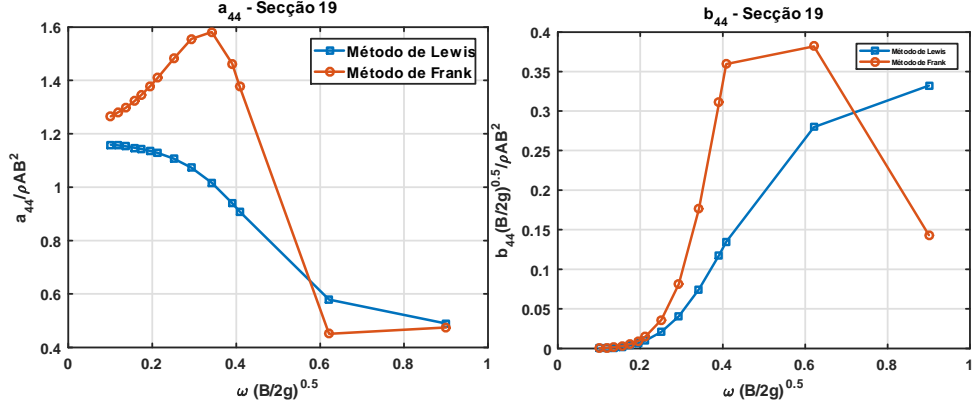


Figura 5.10: Comparação entre métodos - a_{44} e b_{44} - secção 19.

Da análise destes resultados verifica-se não existir um padrão e uma diferença suficientemente pequena para comparação dos resultados.

5.4 Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço devido a Deriva

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 4 foram obtidas as respetivas diferenças: 50.92% para a_{42} e 177.01% para b_{42} .

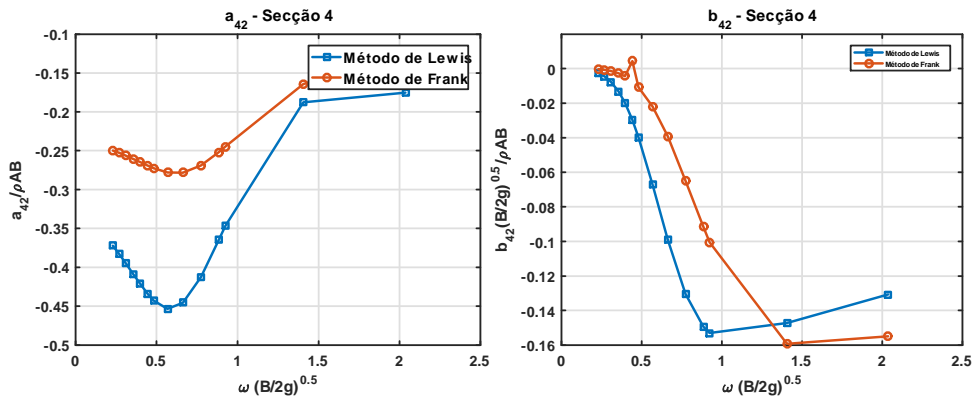


Figura 5.11: Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 12 foram obtidas as respetivas diferenças: 111.25% para a_{42} e 118.73% para b_{42} .

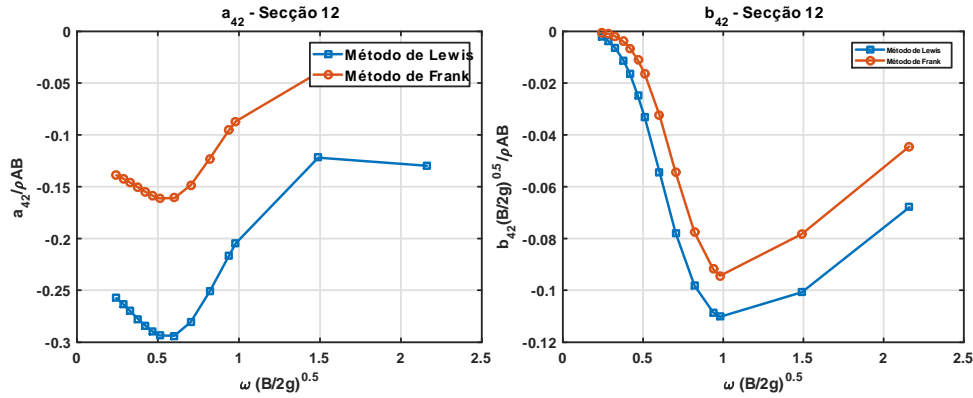


Figura 5.12: Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 12.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 19 foram obtidas as respetivas diferenças: 50.96% para a_{42} e 53.06% para b_{42} .

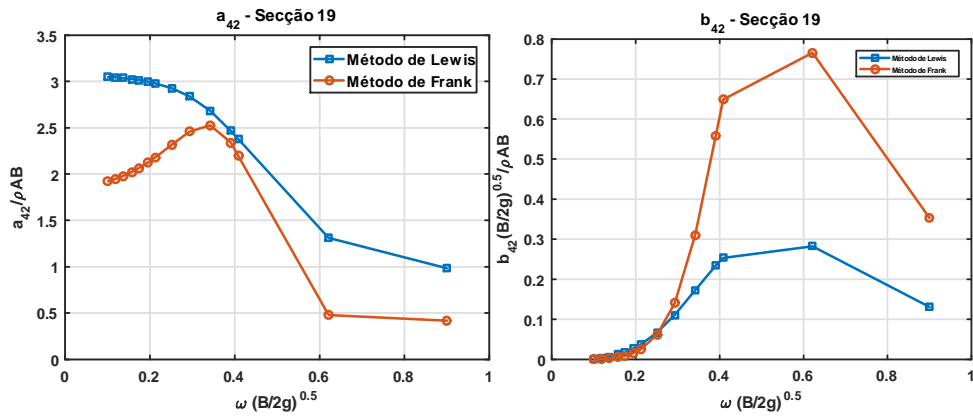


Figura 5.13: Comparação entre métodos - a_{42} e b_{42} - secção 19.

Da análise destes resultados verifica-se não existir um padrão e uma diferença suficientemente pequena para comparação dos resultados.

5.5 Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva devido a Balanço

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 4 foram obtidas as respetivas diferenças: 323.57% para a_{24} e -27.95% para b_{24} .

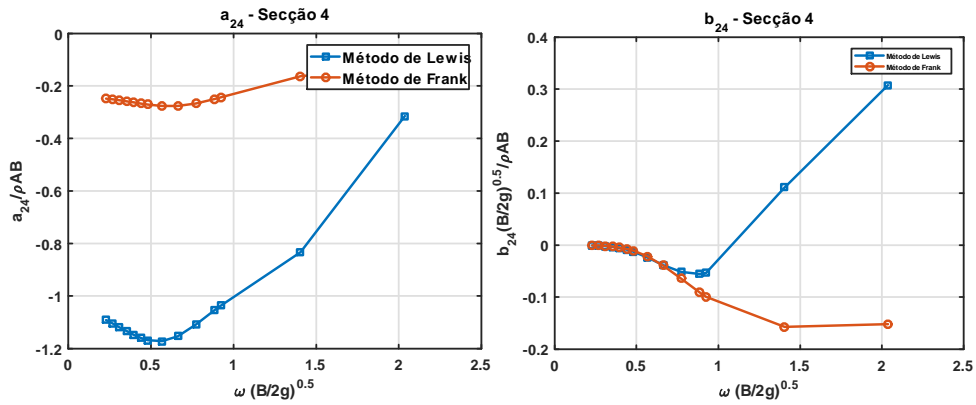


Figura 5.14: Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 4.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 12 foram obtidas as respetivas diferenças: 185.68% para a_{24} e -35.75% para b_{24} .

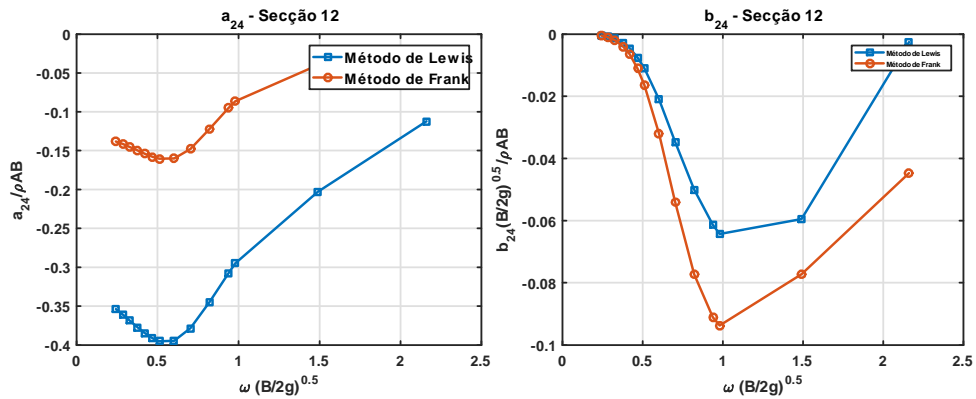


Figura 5.15: Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 12.

Relativamente às curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva para a secção 19 foram obtidas as respetivas diferenças: 59.97% para a_{24} e -46.07% para b_{24} .

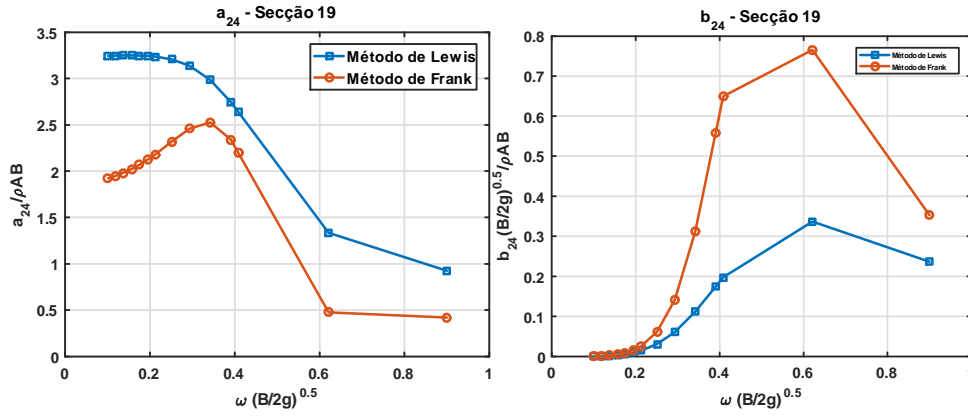


Figura 5.16: Comparação entre métodos - a_{24} e b_{24} - secção 19.

Da análise destes resultados verifica-se não existir um padrão e uma diferença suficientemente pequena para comparação dos resultados.

Capítulo 6

Análise das Técnicas de Mapeamento Conforme Implementadas

No que respeita a análise das técnicas de mapeamento conforme implementadas, existem determinadas diferenças entre o Método da Transformação de Lewis e o Método de Transformação Conforme Multiparâmetro. No entanto, uma das principais diferenças entre ambos os métodos consiste no número de parâmetros, isto é, no número de coeficientes da expansão em série. Sendo assim, é possível constatar o seguinte:

- Transformação de Lewis:
 - Considera-se o somatório até $N = 1$, o que significa que somente são considerados o fator de escala a_0 e os coeficientes a_1 e a_3 .
 - Uma vez que apenas se consideram dois coeficientes, tratam-se de equações lineares, o que permite calcular os coeficientes a_1 e a_3 diretamente.
 - Apenas são necessários os dados geométricos de B - boca, D - calado e A - área ou σ - coeficiente da área da secção e H - relação boca/calado da secção do navio, não sendo necessário conhecer o desenho da secção em pormenor.
- Transformação Conforme Multiparâmetro:
 - São considerados mais parâmetros, aumentando o valor de N e o número de coeficientes.

- As equações são não lineares, não podendo as mesmas serem resolvidas diretamente, sendo necessário um processo iterativo.
- Tornam-se necessárias as coordenadas x e y dos vários pontos da secção do navio para calcular os vários coeficientes $a_0, a_1, a_3..a_N$.

Para se perceber de melhor forma esta questão de mapeamento de uma determinada secção, foram comparadas as curvas das secções reais 4, 12 e 19 das 20 secções em que uma fragata da Marinha Portuguesa foi dividida com as formas de Lewis da Transformação de Lewis, bem como as formas da Transformação Conforme Multiparâmetro, sendo que para representar as secções por este método foram usados diferentes números de coeficientes. Foi usado o número mínimo necessário para um erro mínimo.

A legenda das várias curvas e as respetivas comparações das curvas encontram-se presentes nas seguintes figuras:

- Transformação de Lewis:

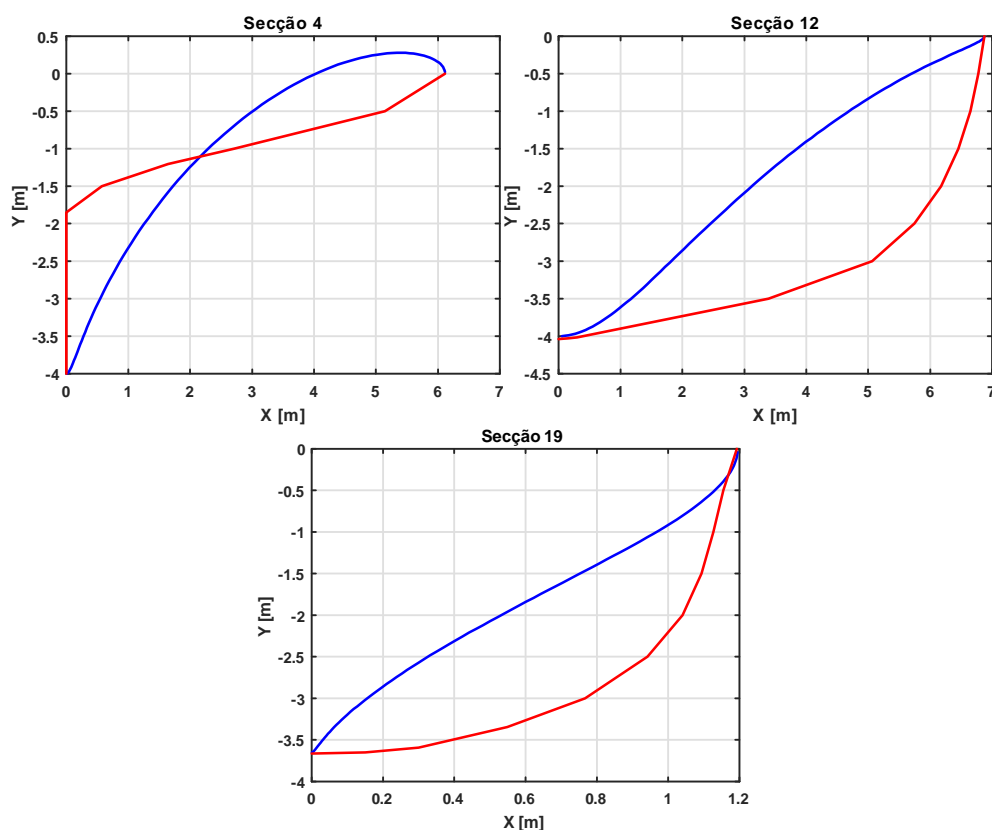


Figura 6.1: Comparação entre formas de Lewis (azul) e secções reais (vermelho) das secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa.

- Transformação de Lewis e Transformação Conforme Multiparâmetro:

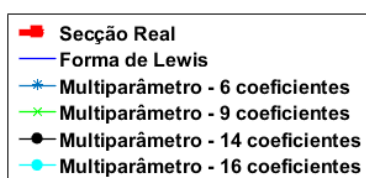


Figura 6.2: Legenda das curvas da secção real da fragata e dos Métodos de Transformação Conforme.

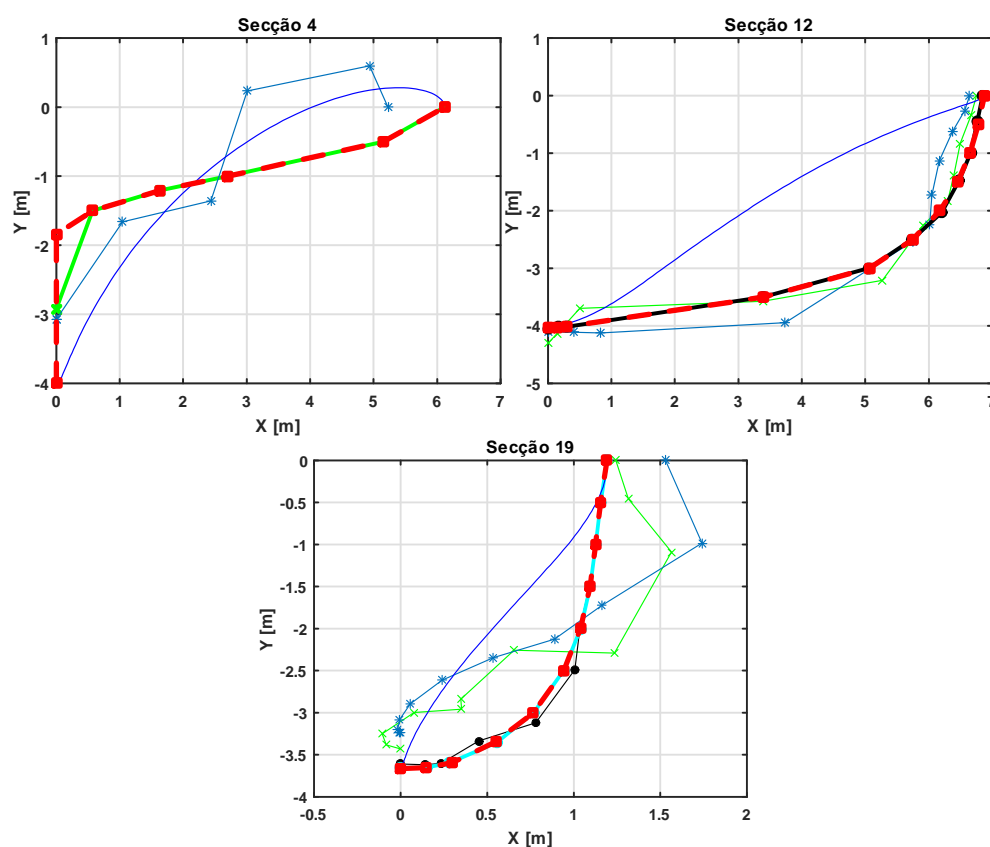


Figura 6.3: Métodos de Transformação Conforme - secções 4, 12 e 19 da fragata da Marinha Portuguesa.

Importa referir que, tal como é possível visualizar nas figuras anteriormente representadas, quanto maior for o número de coeficientes mais bem será representada a secção. No entanto, o número de coeficientes, tendo em

conta o número de pontos existentes da secção, por vezes, não pode ser muito extenso, dificultando a representação correta pretendida da secção. Sendo assim, existe um número limite de coeficientes para representar da melhor forma a secção e torna-se necessário para cada secção prever qual esse mesmo número de coeficientes necessários que melhor represente a respetiva secção.

Assim, no que respeita o Mapeamento Conforme Multiparâmetro foram necessários os seguintes coeficientes para mapear corretamente as secções (o número de coeficientes inclui o fator de escala a_0):

- 9 coeficientes para a secção 4 ($a_0, a_1, a_3, a_5 \dots, a_{15}$).
- 14 coeficientes para a secção 12 ($a_0, a_1, a_3, a_5 \dots, a_{25}$).
- 16 coeficientes para a secção 19 ($a_0, a_1, a_3, a_5 \dots, a_{29}$).

Caso fosse necessário aplicar os coeficientes $a_0, a_1, a_3, a_5 \dots, a_N$ para o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos seria necessário dividir todos os coeficientes $a_1, a_3, a_5 \dots, a_N$ pelo fator de escala a_0 .

As restantes comparações entre as formas de Lewis da Transformação de Lewis, bem como entre as formas da Transformação Conforme Multiparâmetro, e a respetiva secção real das 20 secções em que a fragata da Marinha Portuguesa foi dividida encontram-se presentes em Apêndice.

Capítulo 7

Aplicação da Metodologia Desenvolvida

7.1 Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos Locais: Secção Transversal de uma Fragata da Marinha Portuguesa

Foram calculados os coeficientes hidrodinâmicos não-dimensionais da massa acrescentada e amortecimento locais para uma secção transversal de uma fragata da Marinha Portuguesa em arfagem.

Considerando a secção transversal 7 de uma fragata da Marinha Portuguesa com as seguintes dimensões:

- $B = 13.2[m]$;
- $D = 4[m]$;
- $A = 22.4[m^2]$.

As respetivas coordenadas da forma de Lewis da secção em estudo podem ser calculadas:

- $x_{B2} = \frac{B}{2} = \frac{13.2}{2} = 6.600[m]$;
- $x_{B3} = 4.000[m]$.

Além disso, é possível obter o coeficiente da área da secção e a relação boca/calado da respetiva secção:

- $\sigma = \frac{A}{BD} = \frac{22.4}{13.2 \times 4} = 0.4242$;

- $H = \frac{B}{D} = \frac{13.2}{4} = 3.300.$

Tendo em conta o algoritmo escrito em Matlab[®], torna-se possível obter não só a forma de Lewis da respetiva secção, mas também as curvas não-dimensionais de a_{33} , b_{33} , a_{22} , b_{22} , a_{44} , b_{44} , a_{42} , b_{42} e a_{24} , b_{24} , com um determinado intervalo de frequências de encontro definido, mais concretamente 14 frequências correspondentes ao navio a 15 nós num determinado espetro de mar, mais concretamente $\omega_e(B/2g)^{0.5} = [0.25, 5]$ para a_{33} , b_{33} e $\omega_e(B/2g)^{0.5} = [0, 5]$ para a_{22} , b_{22} , a_{44} , b_{44} , a_{42} , b_{42} e a_{24} , b_{24} .

Estas frequências de encontro foram baseadas nos períodos modais de onda apresentados na tabela 3 no documento NATO ANEP II (Nato, 1983) para vários estados de mar.

A forma de Lewis da secção transversal 7 da fragata estudada encontra-se representada na seguinte figura.

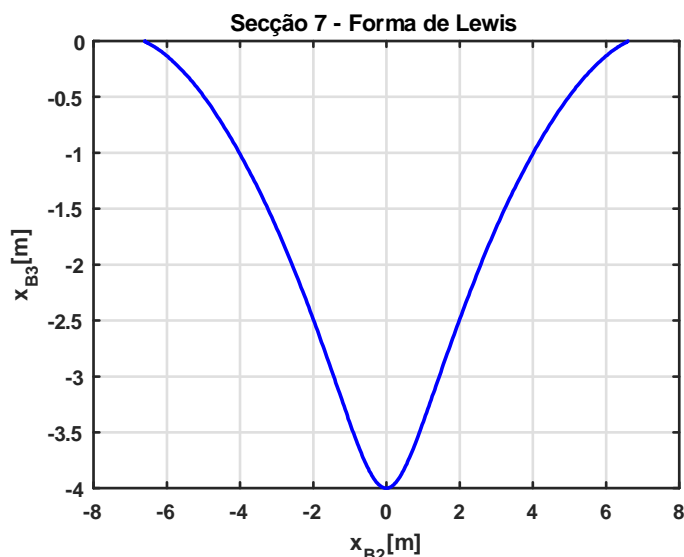


Figura 7.1: Forma de Lewis da secção 7 da fragata da Marinha Portuguesa.

Uma descrição exaustiva das expressões apresentadas anteriormente encontra-se presentes em Apendice B.

As respetivas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos da secção transversal 7 da fragata em estudo encontram-se presentes nas figuras.

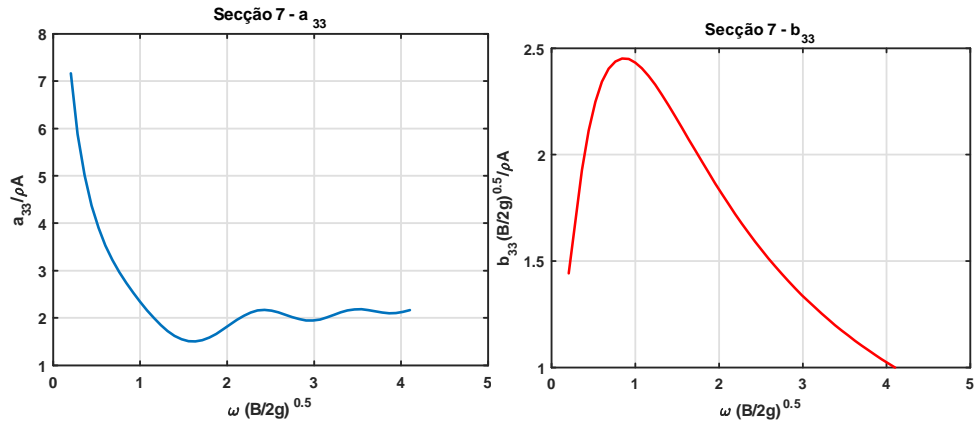


Figura 7.2: a_{33} e b_{33} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa.

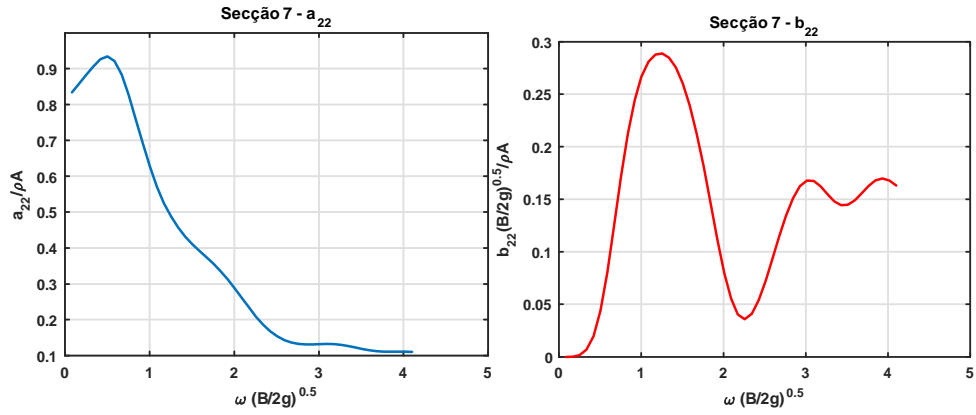


Figura 7.3: a_{22} e b_{22} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa.

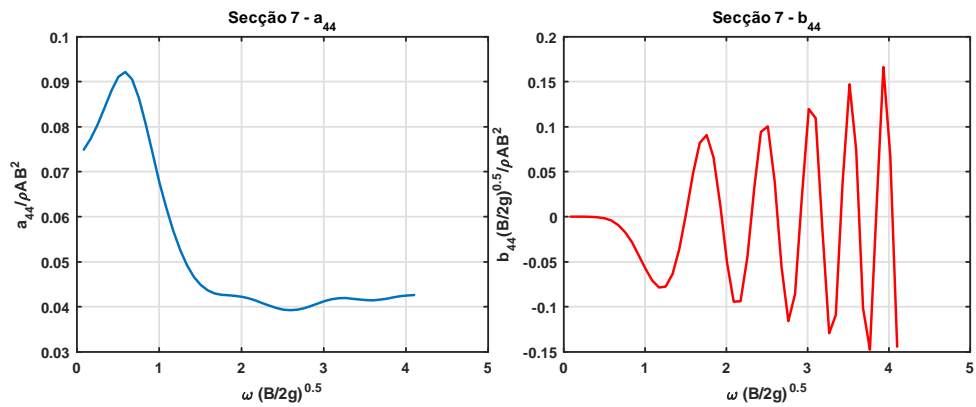


Figura 7.4: a_{44} e b_{44} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa.

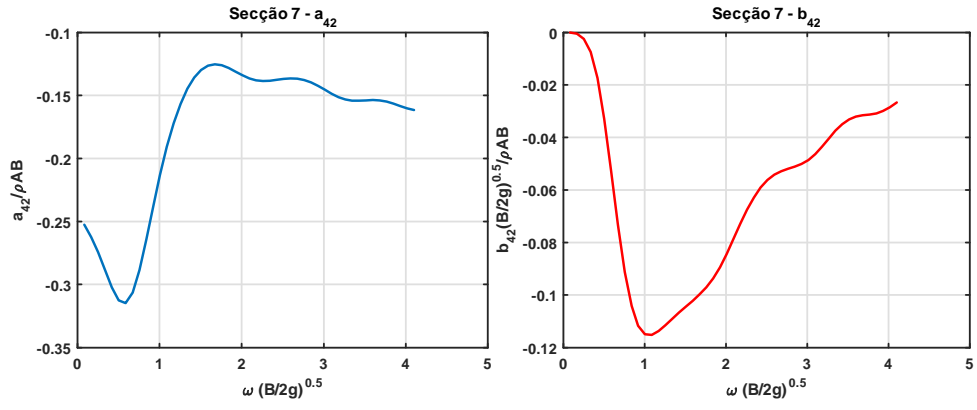


Figura 7.5: a_{42} e b_{42} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa.

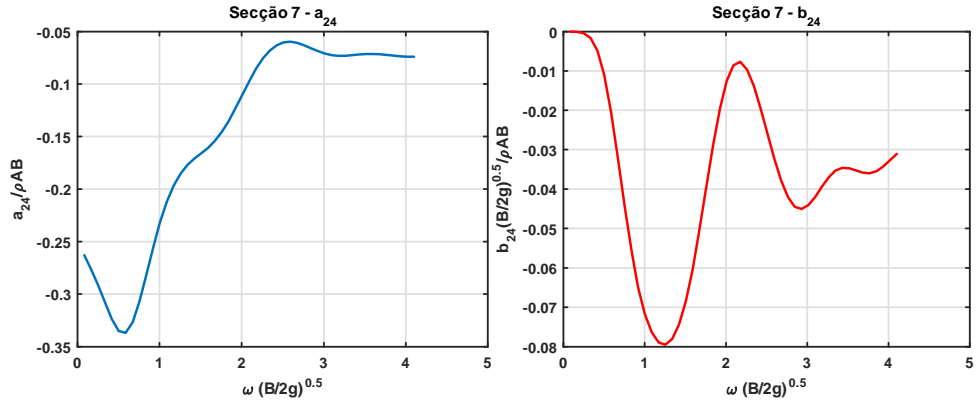


Figura 7.6: a_{24} e b_{24} - secção 7 estudada da fragata da Marinha Portuguesa.

7.2 Cálculo de Coeficientes Hidrodinâmicos Globais: Fragata da Marinha Portuguesa

Por forma a obter o efeito global do navio, utilizou-se a Teoria das Faixas em que os resultados são integrados ao longo do comprimento do navio (L). As respetivas formas de Lewis das 20 secções, bem como as secções reais do navio, em que o mesmo foi dividido encontram-se presentes nas seguintes figuras.

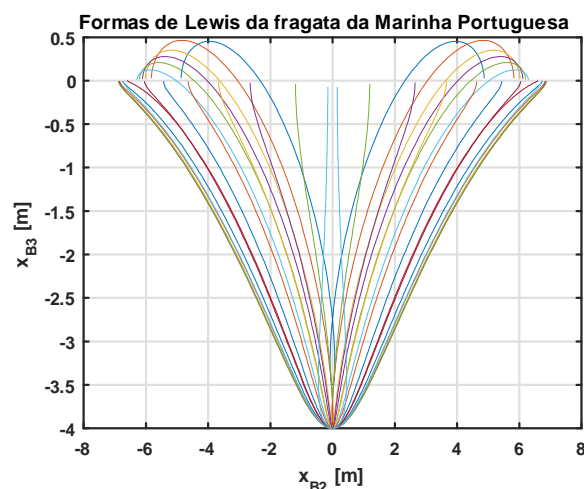


Figura 7.7: Formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa (2D).

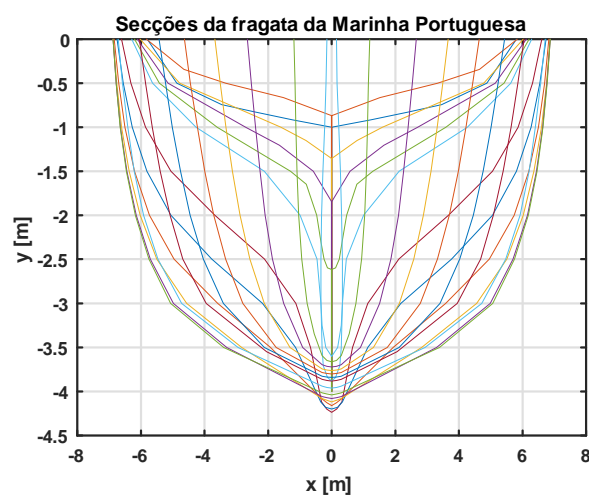


Figura 7.8: Secções da fragata da Marinha Portuguesa (2D).

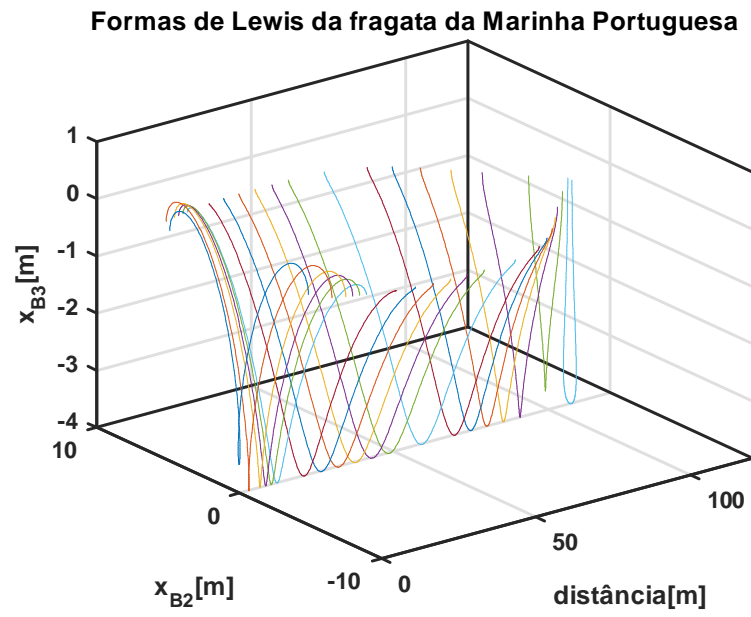


Figura 7.9: Formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa (3D).

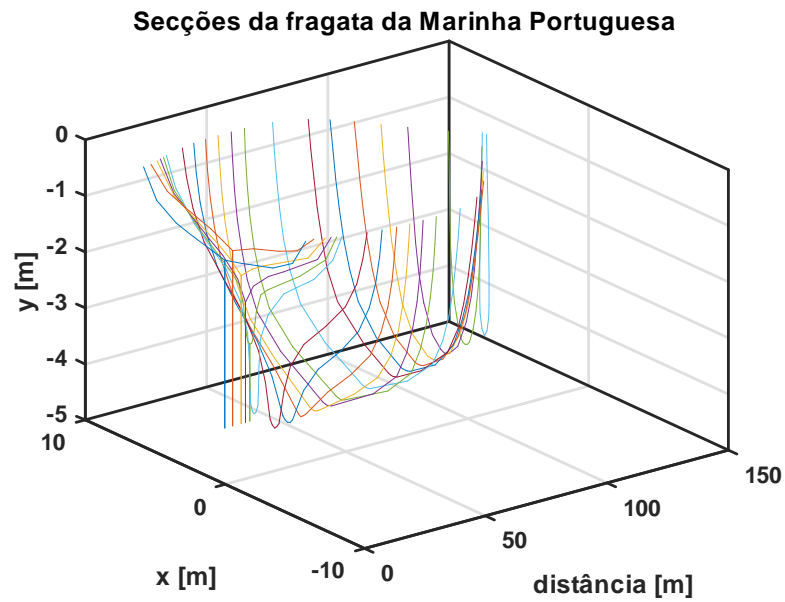


Figura 7.10: Secções da fragata da Marinha Portuguesa (3D).

Antes de efetuar o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos globais, torna-se necessário determinar os coeficientes hidrodinâmicos locais a_{33} , b_{33} , a_{22} , b_{22} , a_{44} , b_{44} , a_{42} , b_{42} e a_{24} , b_{24} das 20 secções em que a fragata foi dividida. É de realçar que, apesar de existirem coeficientes hidrodinâmicos globais do navio relativamente a graus de liberdade distintos dos anteriormente referidos, somente são necessários estes coeficientes locais para o cálculo de todos os coeficientes hidrodinâmicos globais, de acordo com a Teoria das Faixas, tal como apresentado em Apêndice B.

As respetivas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos locais das 20 secções em que a fragata foi dividida encontram-se presentes nas seguintes figuras. Em termos de visualização dos gráficos, para os coeficientes a_{44} , b_{44} e a_{24} , b_{24} foram consideradas apenas 19 secções, uma vez que a secção 20, não pertencendo ao intervalo permitido para mapear corretamente a forma, apresenta valores cuja ordem de grandeza dificultaria a visualização das restantes 19 secções.

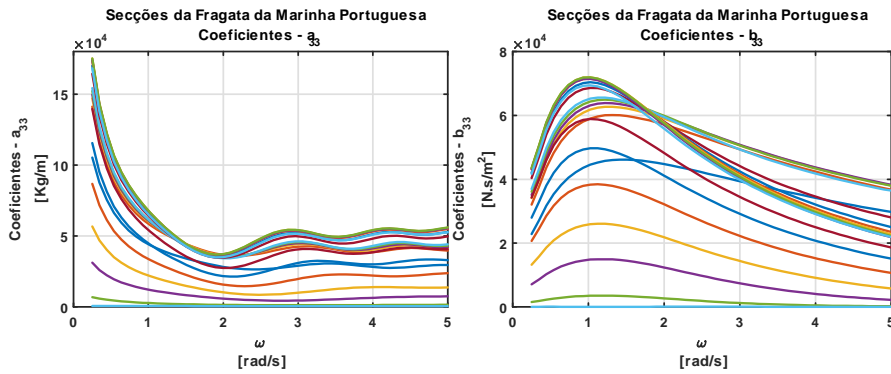


Figura 7.11: a_{33} e b_{33} - secções da fragata da Marinha Portuguesa.

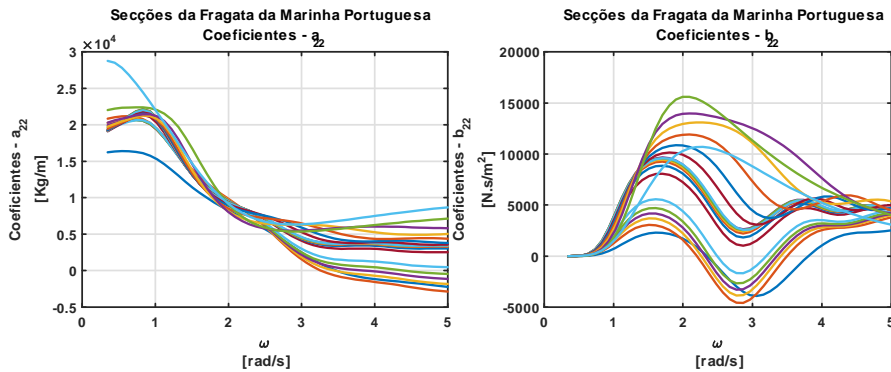


Figura 7.12: a_{22} e b_{22} - secções da fragata da Marinha Portuguesa.

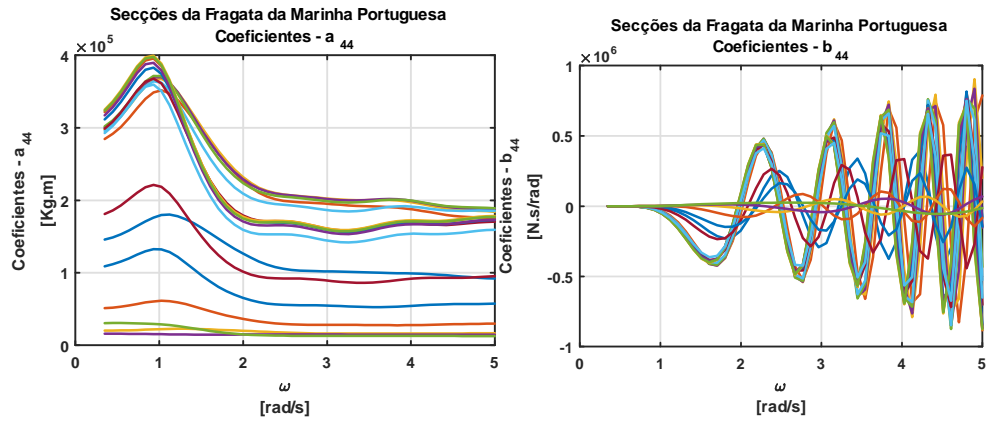


Figura 7.13: a_{44} e b_{44} - secções da fragata da Marinha Portuguesa.

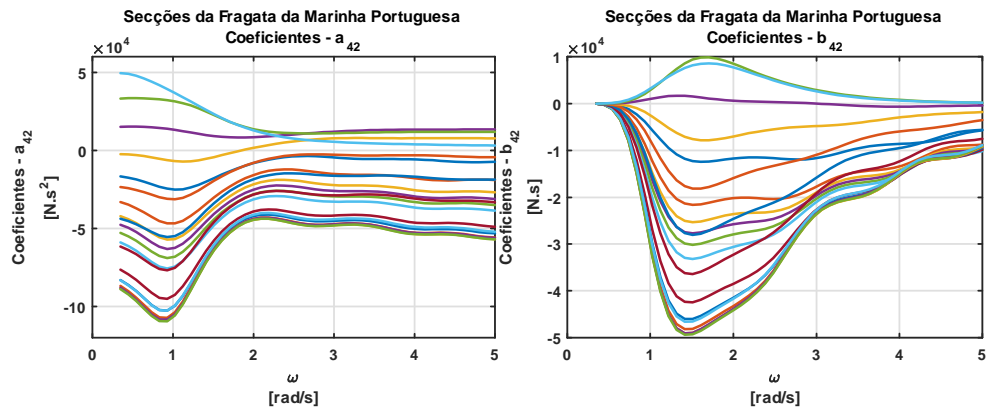


Figura 7.14: a_{42} e b_{42} - secções da fragata da Marinha Portuguesa.

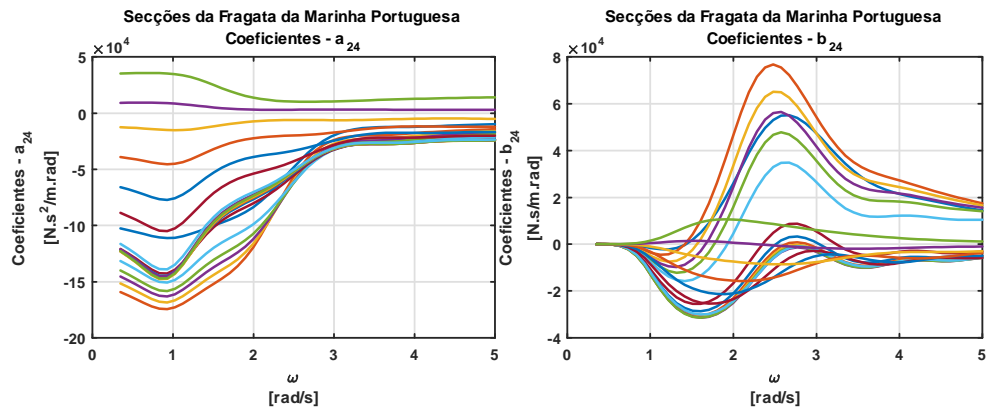


Figura 7.15: a_{24} e b_{24} - secções da fragata da Marinha Portuguesa.

Alicando a Teoria das Faixas, e tendo em conta a massa acrescentada a_{33} e amortecimento b_{33} locais em cada faixa do navio, a massa acrescentada A_{33} e amortecimento B_{33} em arfagem globais podem ser determinados a partir das seguintes expressões (Lewis, 1989):

$$A_{33} = \int_L a_{33}(x)dx \quad (7.1)$$

$$B_{33} = \int_L b_{33}(x)dx \quad (7.2)$$

As restantes expressões para o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos globais encontram-se presentes em Apêndice B. Apesar de existirem 36 interações entre os 6 graus de liberdade do navio, somente são consideradas algumas para o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos globais, uma vez que as restantes podem ser consideradas nulas, tal como apresentado na seguinte figura (Lloyd, 1998).

Coeficientes de massa acrescentada e amortecimento para as equações dinâmicas de um navio simétrico						
Velocidade e aceleração	Força de avanço ($i = 1$)	Força de deriva ($i = 2$)	Força de arfagem ($i = 3$)	Força de balanço ($i = 4$)	Força de cabeceio ($i = 5$)	Força de guinada ($i = 6$)
Força de avanço ($j = 1$)	√	$zero_1$	<i>pequeno</i>	$zero_1$	<i>pequeno</i>	$zero_1$
Força de deriva ($j = 2$)	$zero_2$	√	$zero_2$	√	$zero_2$	√
Força de arfagem ($j = 3$)	<i>pequeno</i>	$zero_1$	√	$zero_1$	√	$zero_1$
Força de balanço ($j = 4$)	$zero_2$	√	$zero_2$	√	$zero_2$	√
Força de cabeceio ($j = 5$)	<i>pequeno</i>	$zero_1$	√	$zero_1$	√	$zero_1$
Força de guinada ($j = 6$)	$zero_2$	√	$zero_2$	√	$zero_2$	√

Legenda:	
√	Valor significante
$zero_1$	Zero pela simetria
$zero_2$	Zero para pequenos movimentos
<i>pequeno</i>	Valor pequeno, podendo ser desprezado

Tabela 7.1: Coeficientes hidrodinâmicos válidos. *

*Adaptado de Lloyd, 1998.

As respetivas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos globais dimensionais verticais A_{33} , B_{33} , A_{35} , B_{35} , A_{53} , B_{53} , A_{55} e B_{55} em arfagem, arfagem devido a cabeceio, cabeceio devido a arfagem e cabeceio, respetivamente, da fragata em estudo encontram-se presentes nas seguintes figuras.

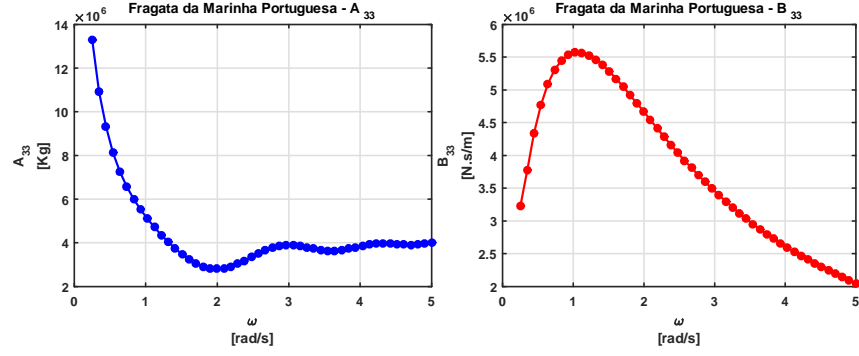


Figura 7.16: A_{33} e B_{33} - fragata da Marinha Portuguesa.

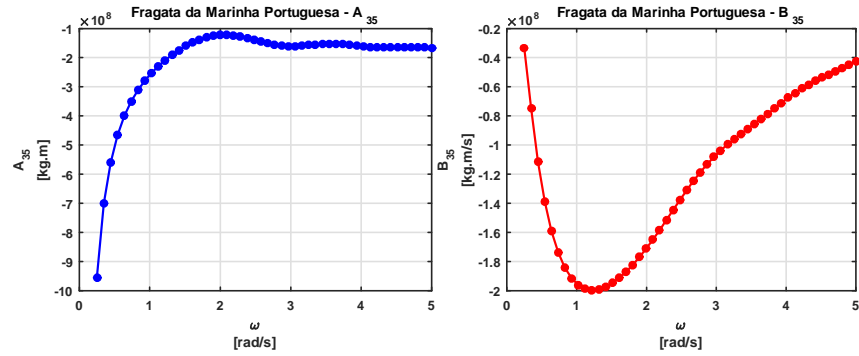


Figura 7.17: A_{35} e B_{35} - fragata da Marinha Portuguesa.

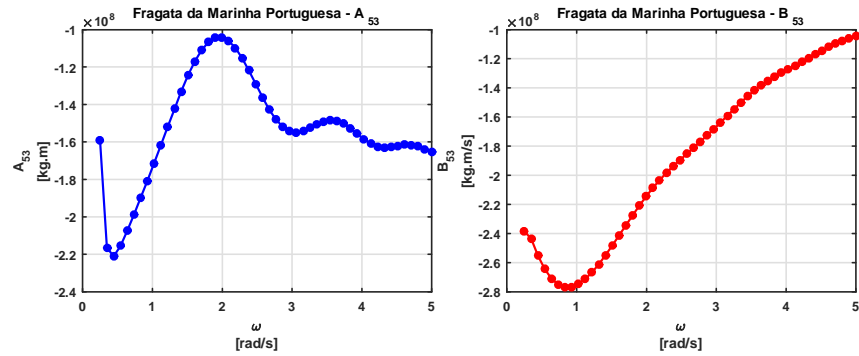


Figura 7.18: A_{53} e B_{53} - fragata da Marinha Portuguesa.

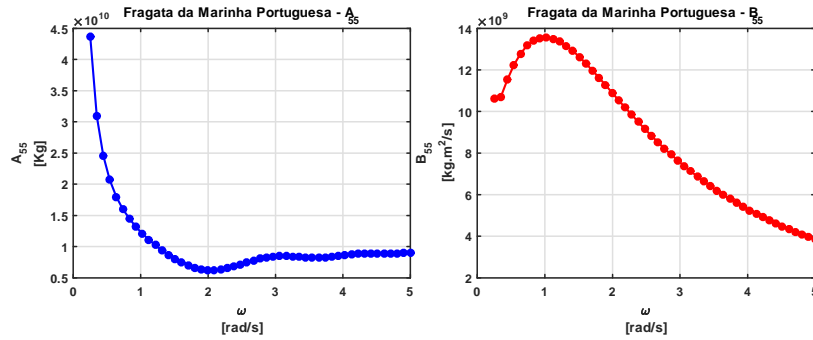


Figura 7.19: A_{55} e B_{55} - fragata da Marinha Portuguesa.

As respetivas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos globais dimensionais horizontais A_{22} , B_{22} , $A_{24} = A_{42}$, $B_{24} = B_{42}$, A_{44} , B_{44} , A_{66} , B_{66} , A_{26} , B_{26} , A_{62} , B_{62} , A_{46} , B_{46} e A_{64} , B_{64} em deriva, deriva devido a balanço, balanço devido a deriva, guinada, deriva devido a guinada, guinada devido a deriva, balanço devido a guinada e guinada devido a balanço, respetivamente, da fragata em estudo encontram-se presentes nas seguintes figuras.

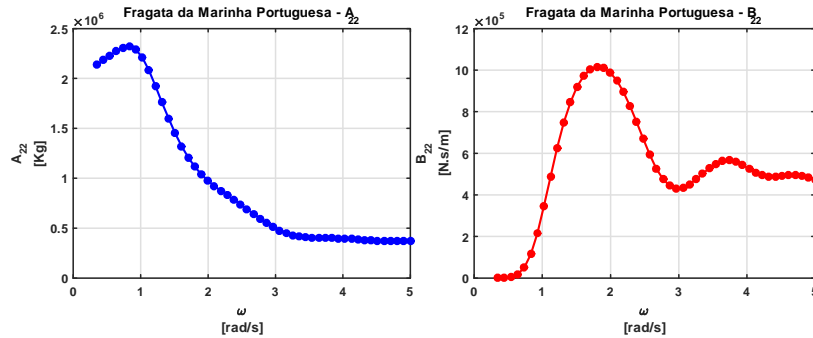


Figura 7.20: A_{22} e B_{22} - fragata da Marinha Portuguesa.

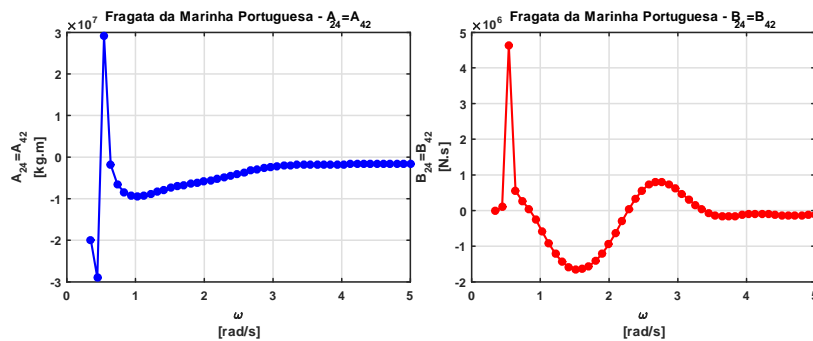


Figura 7.21: $A_{24} = A_{42}$ e $B_{24} = B_{42}$ - fragata da Marinha Portuguesa.

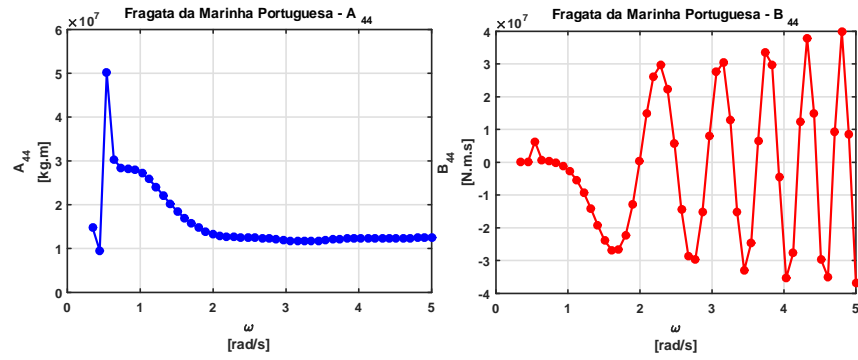


Figura 7.22: A_{44} e B_{44} - fragata da Marinha Portuguesa.

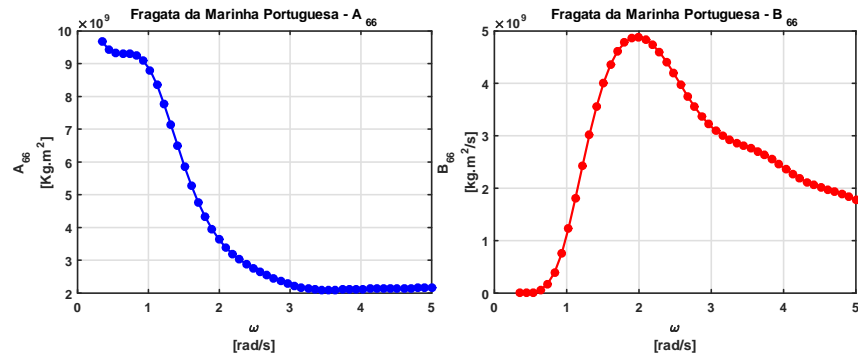


Figura 7.23: A_{66} e B_{66} - fragata da Marinha Portuguesa.

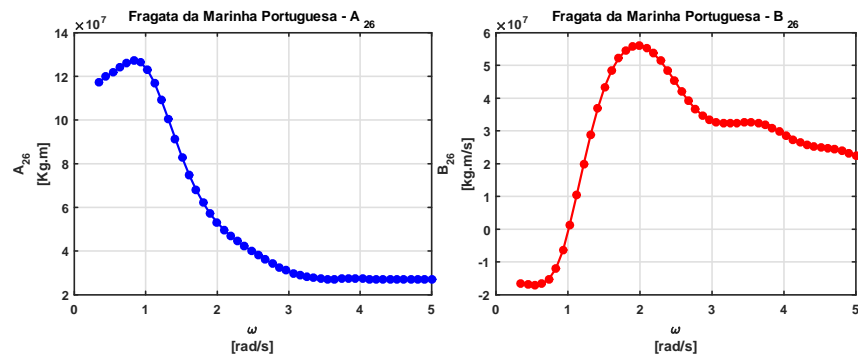


Figura 7.24: A_{26} e B_{26} - fragata da Marinha Portuguesa.

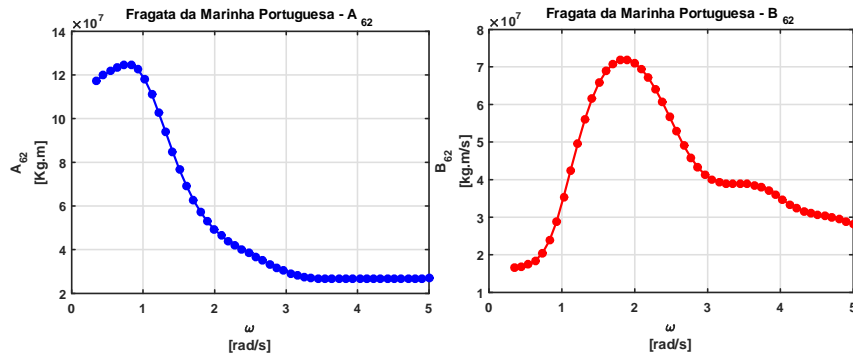


Figura 7.25: A_{62} e B_{62} - fragata da Marinha Portuguesa.

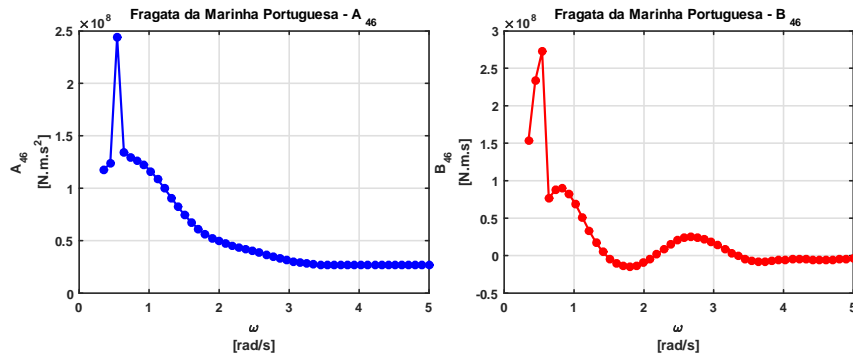


Figura 7.26: A_{46} e B_{46} - fragata da Marinha Portuguesa.

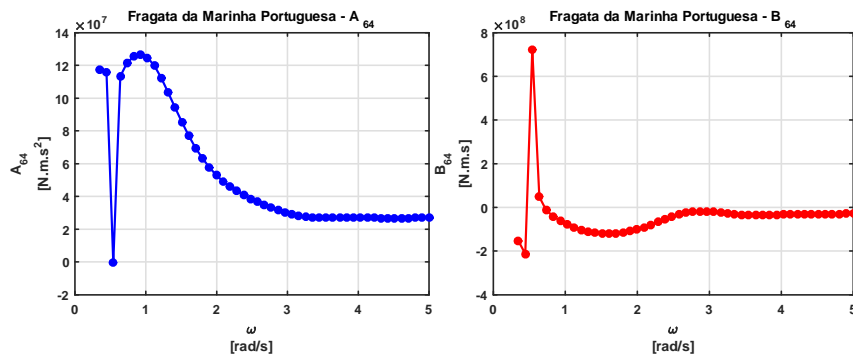


Figura 7.27: A_{64} e B_{64} - fragata da Marinha Portuguesa.

7.2.1 Comparação de Resultados: Método de Lewis vs. Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro

Foram comparados os resultados dos coeficientes hidrodinâmicos globais verticais das 20 secções da fragata da Marinha Portuguesa considerada com um programa existente no IST em que aplica o Método do Mapeamento Conforme Multiparâmetro.

A comparação das curvas do algoritmo escrito em Matlab[®] e do algoritmo que aplica o Método do Mapeamento Conforme, possuem um respetivo intervalo de frequências de encontro, mais concretamente 15 pontos:

$$\omega_e = [0.29, 0.34, 0.39, 0.45, 0.50, 0.57, 0.62, 0.73, 0.85, 0.99, 1.13, 1.18, 1.81, 2.62, 5.09].$$

As respetivas curvas dos coeficientes hidrodinâmicos globais dimensionais verticais A_{33} , B_{33} , A_{35} , B_{35} , A_{53} , B_{53} , A_{55} e B_{55} em arfagem, arfagem devido a cabeceio, cabeceio devido a arfagem e cabeceio, respetivamente, da fragata em estudo encontram-se presentes nas seguintes figuras.

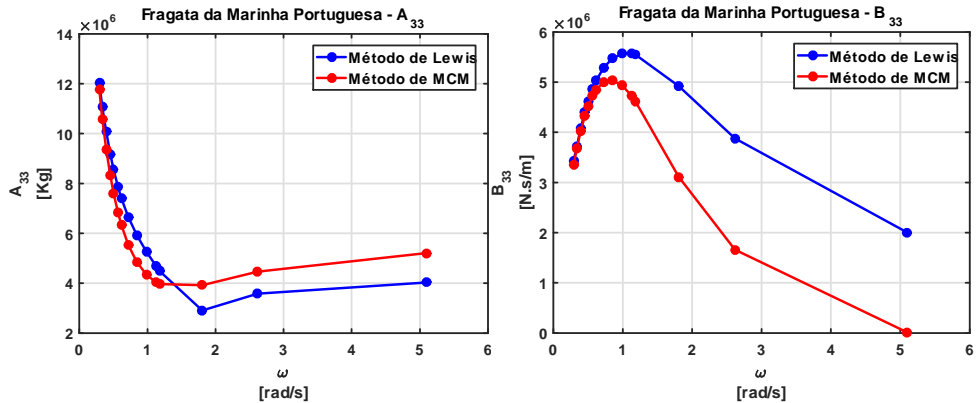
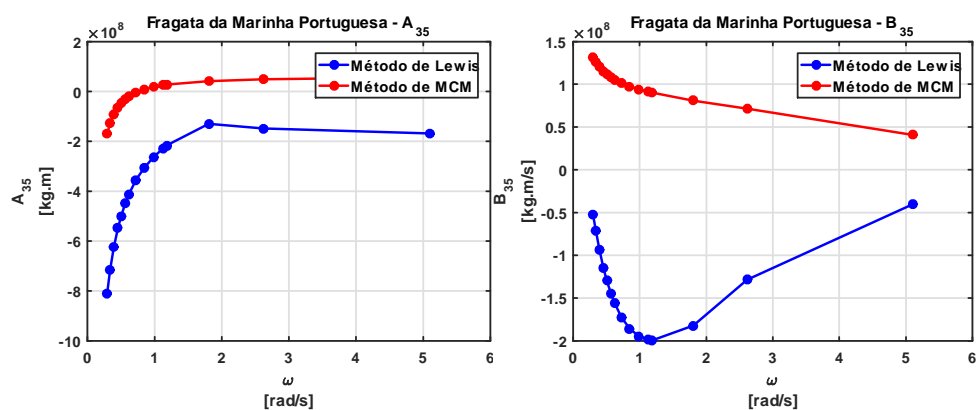
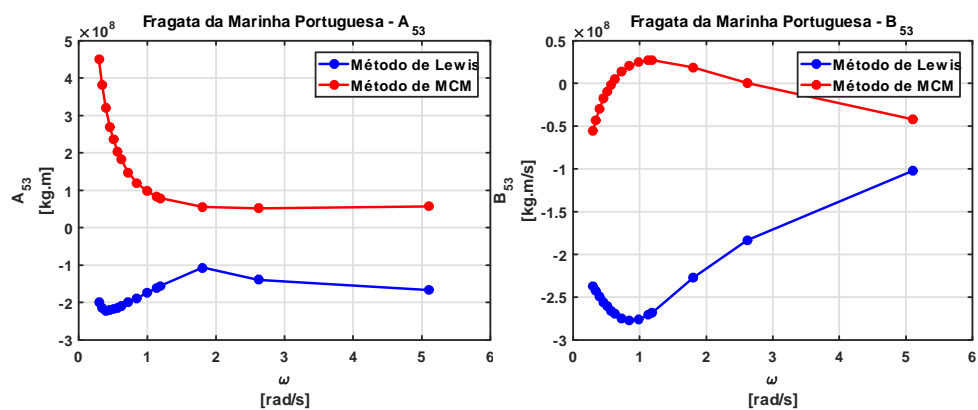
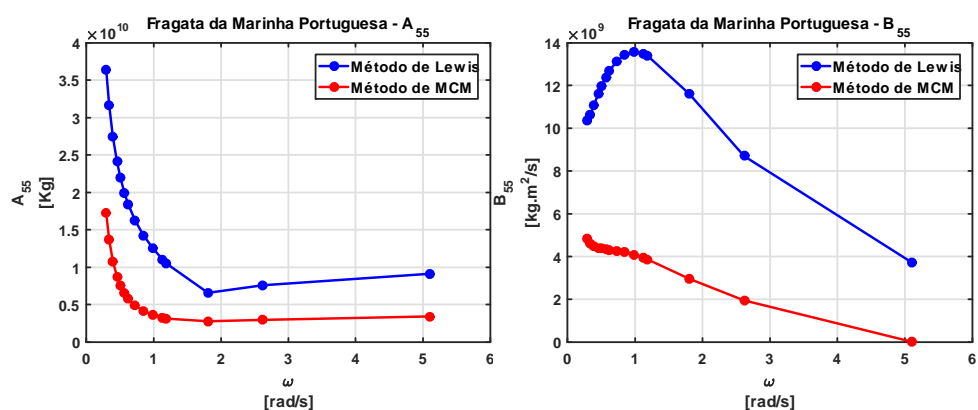


Figura 7.28: Comparação entre métodos - A_{33} e B_{33} .

Figura 7.29: Comparação entre métodos - A_{35} e B_{35} .Figura 7.30: Comparação entre métodos - A_{53} e B_{53} .Figura 7.31: Comparação entre métodos - A_{55} e B_{55} .

Da análise destes resultados, verifica-se não existir um padrão e uma diferença suficientemente pequenos para comparação de resultados, o que seria de esperar tendo em conta os resultados obtidos da comparação com o Método de Frank anteriormente apresentada para as secções 4, 12 e 19 da fragata considerada.

7.3 Programação do Desenvolvimento de uma Interface Gráfica a partir do Método de Mapeamento Conforme

Um dos principais objetivos da plataforma computacional desenvolvida deve-se ao facto de esta poder vir a ser útil para qualquer utilizador, sendo de fácil compreensão.

Sendo assim, foi elaborada uma interface gráfica em Matlab[®] com as seguintes valências em:

- Possibilidade de aplicação para qualquer estrutura ou secção de navio, com determinadas dimensões;
- Possibilidade de inserir os dados de entrada de duas maneiras distintas:
 - Boca (B), calado (D) e área da secção (A);
 - Relação boca/calado (H) e coeficiente da área da secção (σ).
- Verificação da possibilidade de aplicação a partir das dimensões inseridas, a partir do Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros.
- Verificação da respetiva forma de Lewis a partir das dimensões inseridas.
- Verificação das curvas dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem, deriva, balanço, balanço devido a deriva e deriva devido a balanço.

A interface gráfica encontra-se presente na figura seguinte.

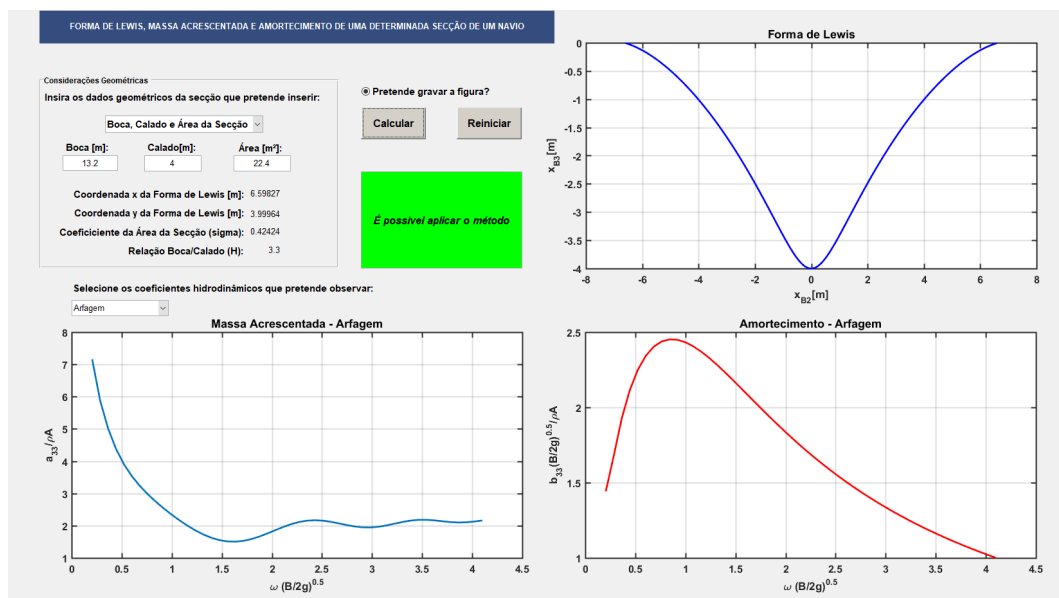


Figura 7.32: Interface gráfica elaborada.

Capítulo 8

Análise e Discussão de Resultados

No que respeita a comparação de resultados com o algoritmo a partir do Método de Frank, o algoritmo implementado foi aplicado às secções transversais 4,12 e 19 de uma fragata da Marinha Portuguesa como apresentado no capítulo 5.

Após ter sido efetuado o Mapeamento Conforme de Dois Parâmetros, foram comparadas as formas de Lewis e secções reais das secções consideradas.

Sendo assim, no que respeita o mapeamento geométrico de secções reais de um navio, tendo em conta as técnicas de mapeamento implementadas, justifica-se uma técnica mais apurada tal como uma Transformação Multiparâmetro, em que a forma se aproxime mais da secção real, por forma a que os coeficientes hidrodinâmicos também sejam mais satisfatórios. O número de coeficientes necessários para cada secção das 20 secções em que a fragata da Marinha Portuguesa foi dividida encontram-se presentes na seguinte figura:

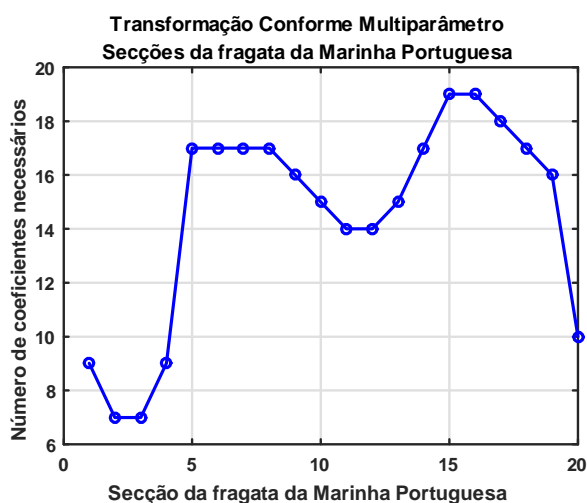


Figura 8.1: Número de coeficientes necessários para cada secção da fragata da Marinha Portuguesa.

Partindo do princípio que o Método de Frank é mais exato, e que se estão a comparar curvas de secções reais de um navio (e não de formas simples tal como um círculo ou um retângulo em que as formas de Lewis se apresentam com concordâncias mais elevadas), verifica-se que os resultados apresentam diferenças muito elevadas para usar este método como meio de predição absoluta dos valores dos coeficientes e portanto dos movimentos do navio em ondas.

No entanto, pode ter valor qualitativo (comparativo) em contexto de projeto conceptual para comparação entre alternativas de casco.

Não obstante, após terem sido calculados os coeficientes hidrodinâmicos das secções da fragata da Marinha Portuguesa, comparando os resultados com os obtidos pelo Método de Frank, torna-se possível verificar as seguintes evidências (pág. 52-59):

- No geral a forma das curvas dos vários coeficientes hidrodinâmicos apresentados aproximam-se dos obtidos pelo Método de Frank.
- Para os coeficientes a_{33} e b_{33} :
 - A secção que apresenta maior diferença é a 4, embora todas apresentem diferenças muito significativas relativamente ao Método de Frank.
 - Para a massa acrescentada existem determinadas oscilações em regiões em que as frequências são mais altas, sendo necessário

um estudo adicional, uma vez que usando este método, não são esperadas por ser estável em toda a gama de frequências;

- O amortecimento segue uma tendência espectral;
 - Existem instabilidades no cálculo em frequências bastante baixas: $\omega_e < 0.25$.
- Sabendo que a secção 4 é a única que não possui uma forma de Lewis válida, relativamente à média das diferenças dos vários coeficientes hidrodinâmicos locais para as várias secções obtiveram-se os seguintes resultados:
 - A secção 19 possui resultados mais aceitáveis, apesar de não possuir uma forma de Lewis válida, seguidamente das secções 12 e 4.
 - Tendo em conta as várias diferenças existentes, somente 5 coeficientes possuem diferenças abaixo dos 25%, tendo sido estes:
 - a_{33} , b_{33} e a_{44} para a secção 4.
 - b_{22} e a_{44} para a secção 19.

Após as comparações efetuadas entre os resultados obtidos pelo presente algoritmo elaborado e pelos três métodos considerados, e tendo presente os níveis de diferenças muito significativas obtidas relativamente ao método de Frank, mas considerando que este algoritmo necessita de pouca informação para uma primeira estimativa grosseira dos coeficientes hidrodinâmicos, torna-se uma ferramenta computacional útil numa fase de projeto conceptual mais para efeitos comparativos do que para valores absolutos.

Capítulo 9

Conclusões

9.1 Conclusões Gerais

De um modo geral, a presente dissertação de mestrado aborda as áreas de investigação de Análise Matemática, Análise Complexa, Mecânica dos Fluidos e Dinâmica do Corpo Rígido, inserindo-se nas áreas científicas de Arquitetura Naval e Engenharia Oceânica. Tendo em conta a sua natureza, tornou-se necessário efetuar um estudo mais detalhado das funcionalidades da plataforma computacional Matlab[®], bem como obter noções mais aprofundadas de computação.

Desta forma, este trabalho de investigação aborda o problema da radiação no que respeita o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos locais a_{jk} , b_{jk} (para cada secção) e os coeficientes hidrodinâmicos globais A_{jk} e B_{jk} (do navio) para os seis graus de liberdade, bem como a interação entre os mesmos.

Inicialmente tornou-se necessária uma exaustiva análise das equações matemáticas apresentadas por Lloyd (Lloyd, 1998), tendo sido detetados alguns erros nas mesmas comparando com as equações apresentadas por de Jong (de Jong, 1969).

Com base nas equações para o problema de radiação apresentadas por Lloyd (Lloyd, 1998) e usando o Método de Mapeamento Conforme de dois parâmetros, conhecido como Método de Lewis, foi elaborada uma ferramenta computacional (em Matlab[®]) para calcular os coeficientes hidrodinâmicos. Também foi feita uma validação com dados clássicos da literatura, assim como uma comparação com um programa existente no Instituto Superior Técnico que aplica o Método de Frank.

A ferramenta desenvolvida foi também aplicada para encontrar estimativas aproximadas dos coeficientes hidrodinâmicos locais e globais de uma fragata da Marinha Portuguesa.

A necessidade de uma ferramenta computacional simples, barata e precisa para estimativas iniciais e/ou rápidas, exigindo pouco tempo computacional e sendo necessários poucos dados de entrada (boca, calado e a área da secção; ou coeficiente da área da secção e relação boca/calado) que precisam de ser conhecidos, é para nós de primordial importância, e pode ainda ser útil nos dias de hoje.

A ferramenta computacional desenvolvida resolve o problema de radiação bidimensional para um projeto preliminar e aborda todos os requisitos mencionados anteriormente.

Sendo assim, parece resolver satisfatoriamente o problema para formas regulares, e para formas reais de casco de navio em estudo, se não para valores absolutos, pelo menos para fins de comparação.

Uma vez que a aceitação por parte da comunidade científica é um passo de extrema relevância na investigação, foi elaborado um artigo científico intitulado *"Development of an Algorithm for Calculation and Application of Conformal Mapping Methods on the Calculation of Hydrodynamic Coefficients"* e posteriormente apresentado na conferência *"The 4th International Scientific Conference Sea-Conf 2018"*, entre os dias 17 e 19 de maio de 2018, em Constança, Roménia. O respetivo artigo científico elaborado também foi publicado na *"IOP Conference Series: Earth and Environmental Science"*¹.

Também foi elaborado um artigo científico mais elaborado, intitulado *"Computing Tool for Calculating the Hydrodynamic Coefficients using Conformal Mapping"*, tendo sido aceite para apresentação na conferência *"SNAME Maritime Convention (SMC) 2018"*, que se irá realizar entre os dias 23 e 27 de outubro de 2018, em Providence, Rhode Island, nos Estados Unidos da América.

9.2 Trabalhos Futuros

Como possíveis trabalhos futuros, realça-se:

- Desenvolvimento de um algoritmo para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos usando o Mapeamento Conforme Multiparâmetro.
- Comparação dos resultados do Método de Lewis aqui obtidos e os do Método de Mapeamento Conforme Multiparâmetro para formas simples e para uma navio real.

¹Link que permite acesso ao artigo científico elaborado (data de última visualização: 17/09/2018): <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1755-1315/172/1/012023>

- Desenvolvimento de um algoritmo para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos usando o Método de Frank ou Método dos Paineis 2D.
- Comparação dos resultados do Método de Lewis aqui obtidos, os do Método de Mapemento Conforme Multiparâmetro e o do Método de Frank para formas simples e para uma navio real.
- Desenvolvimento de um algoritmo para cálculo das forças de difração.
- Desenvolvimento de um algoritmo para cálculo dos coeficientes de resposta (RAO's - *Response Amplitude Operators*) de um navio e comparar os resultados com dados existentes.

Referências Bibliográficas

- Abkowitz, M. A. (1969). *Stability and motion control of ocean vehicles*. The MIT Press.
- B. R. Clayton, R. E. D. B. (1982). *Mechanics of Marine Vehicles*. Gulf Publishing Company.
- Bertram, V e Yasukawa, H. (1996). *Rankine source methods for seakeeping problems*. Springer.
- Bertram, V. (2012). *Practical Ship Hydrodynamics*. Butterworth-Heinemann, 2 edition.
- Bhattacharyya, R. (1978). *Dynamics of Marine Vehicles*. John Wiley & Sons.
- Chapman, R. B. (1975). *Free-surface effects for yawed surface piercing plates*. J. Ship Research.
- de Jong, B. (1969). *Computation of the Hydrodynamic Coefficients of Oscillating Cylinders*. Netherlands Ship Research Centre.
- Erselcan, I. (2010). A frequency domain strip theory applied to the seakeeping of the zumwalt-class destroyer. Master's thesis, Turkish Naval Academy.
- Faltinsen, O. M. (1990). *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge University Press.
- Faltinsen, O. M. (2005). *Hydrodynamics of high-speed marine vehicles*. Cambridge University Press.
- Fossen, T. I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley and Sons (WILEY).

- Grim (1959). Die schwingungen von schwimmenden, zweidimensionalen kornern. *Hamburg Model Basin Report 1171*.
- ISSC (1994). *International Ship and Offshore Structures Congress*.
- Karamcheti, K. (1980). *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*. R. E. Krieger Pub. Co.
- Kashiwagi, M. (1997). *Numerical seakeeping calculations based on slender ship theory*. Ship Technology Research.
- Landweber, L. and Macagno (1957). Added mass of two dimensional forms oscillating in a free surface. *Journal of Ship Research, Vol. 1, No. 3*.
- Landweber, L. and Macagno (1959). Added mass of a three parameter family of two-dimensional forces oscillating in a free surface. *Journal of Ship Research, Vol. 2, No. 4*.
- Lewandowski, E. M. (2004). *The Dynamics of Marine Craft: Maneuvering and Seakeeping*. World Scientific Publishing Company.
- Lewis, E. V. (1989). *Principles of Naval Architecture (Second Revision), Volume III - Motions in Waves and Controllability*. Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME).
- Lewis, F. M. (1929). The inertia of the water surrounding a vibrating ship. *The Society of Naval Architects and Marine Engineers*.
- Lloyd, A. R. J. M. (1998). *Seakeeping: Ship Behaviour in Rough Weather*. Ellis Hordwood.
- Martinussen, P. M. (2011). Parametric roll ressonance of a fishing vessel as function of forward speed and sea state. Master's thesis, Norwagian University of Science and Technology.
- McCormick, M. E. (2010). *Ocean Engineering Mechanics*. Cambridge University Press.
- Moreira, M. (2014/2015). *Funções de Variável Complexa*. Escoal Naval.
- Newman (1978). *The thory of ship motions*. Adv. Appl. Meck.
- Newman, J. N. (1977). *Marine Hydrodynamics*. The MIT Press.

- Porter (1960). Pressure distributions, added mass and damping coefficients for cylinders oscillating in a free surface. *University of California, Berkeley, Report 82-16*.
- Randall, R. E. (2010). *Elements of Ocean Engineering*. Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME).
- Salvesen, N. Tuck, E. O. e. F. O. (1970). *Ship motions and sea loads*. SNAME.
- Tasai, F. (1959). On the damping force and added mass of ships heaving and pitching. *Journal of Naval Architects of Japan, Vol. 105, Translation published by University of California, Berkeley*.
- Tasai, F. (1966). An approximate calculation of hydrodynamic pressure on the midship section contour of a ship heaving and pitching in regular head waves. *Reports of Research Institute of Applied Mechanics, Kyushu University, Japan*.
- Tristan Perez, T. I. F. and Sorensen, A. (2004). A discussion about sea-keeping and manoeuvring models for surface vessels. Technical report, Norwegian University of Science and Technology (NTNU) Centre for Ships and Ocean Structures (CESOS).
- Ursell, F. (1949). On the heaving motion of a circular cylinder on the surface of a fluid. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*.
- Wehausen J.V., L. E. (1960). *Surface waves. With errata*. Springer.
- Westlake P. C., W. P. A. (2000). A new conformal mapping technique for ship sections. Technical report, International Shipbuilding Progress.
- Yumus A. Çengel, J. M. C. (2007). *Mecânica dos Fluídos: Fundamentos e Aplicações*. AMGH.

Apêndice A

Expressões para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos locais

A.1 Massa Acrescentada e Amortecimento em Arfagem

$$a_1 = (1 + a_3) \left(\frac{H - 2}{H + 2} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$a_3 = \frac{3 - c + \sqrt{9 - 2c}}{c} \quad (\text{A.2})$$

$$c = 3 + \frac{4\sigma}{\pi} + \left(1 - \frac{4\sigma}{\pi} \right) \left(\frac{H - 2}{H + 2} \right)^2 \quad (\text{A.3})$$

$$a_0 = \frac{B_0}{1 + a_1 + a_3} \quad (\text{A.4})$$

$$x_{B2} = a_0 a [(1 + a_1) \sin \theta - a_3 \sin(3\theta)] [m] \quad (\text{A.5})$$

$$x_{B3} = a_0 a [(1 - a_1) \cos \theta - a_3 \cos(3\theta)] [m] \quad (\text{A.6})$$

$$a_{33} = \frac{\rho B^2 (A_* N_0 + B_* M_0)}{2(A_*^2 + B_*^2)} [Kg/m] \quad (\text{A.7})$$

$$b_{33} = \frac{\rho B^2 \omega \pi^2}{4(A_*^2 + B_*^2)} [Ns/m^2] \quad (\text{A.8})$$

$$A_* = \Psi_C \left(1, \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left[p_{2m}(-1)^{m-1} \frac{kBQ_1}{2Q_2} \right] [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.9})$$

$$B_* = \Psi_S \left(1, \frac{\pi}{2}\right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left[q_{2m}(-1)^{m-1} \frac{kBQ_1}{2Q_2} \right] [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.10})$$

$$M_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_S(1, \theta) \frac{Q_3}{Q_2} d\theta \quad (\text{A.11})$$

$$+ \frac{1}{Q_2} \sum_{m=1}^{\infty} [q_{2m}(-1)^{m-1} Q_4] + \frac{\pi kBQ_5 q_{2m}}{8Q_2} [m^2/\text{sec}]$$

$$N_0 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_C(1, \theta) \frac{Q_3}{Q_2} d\theta \quad (\text{A.12})$$

$$+ \frac{1}{Q_2} \sum_{m=1}^{\infty} [p_{2m}(-1)^{m-1} Q_4] + \frac{\pi kBQ_5 p_{2m}}{8Q_2} [m^2/\text{sec}]$$

$$\Psi_C = \pi \exp(-kx_{B3}) \sin(k|x_{B3}|) [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.13})$$

$$\Phi_C = \pi \exp(-kx_{B3}) \cos(kx_{B2}) [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \Psi_S &= -\pi \exp(-kx_{B3}) \cos(kx_{B2}) \\ &+ \int_0^{\infty} \frac{\exp(-v|x_{B2}|)}{v^2+k^2} [v \sin(vx_{B3}) + k \cos(vx_{B3})] dv [m^2/\text{sec}] \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \Phi_S &= \pi \exp(-kx_{B3}) \sin(k|x_{B2}|) \\ &- \int_0^{\infty} \frac{\exp(-v|x_{B2}|)}{v^2+k^2} [v \cos(vx_{B3}) + k \sin(vx_{B3})] dv [m^2/\text{sec}] \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$f_{2m} = -(\sin(2m\theta) + \frac{kB}{2Q_2} Q_7 + \frac{kB}{2Q_2^2} (-1)^m Q_1 Q_6) \quad (\text{A.17})$$

$$\Psi_C(1, \theta) - \frac{Q_6}{Q_2} \Psi_C \left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=1}^N p_{2m} f_{2m} [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.18})$$

$$\Psi_S(1, \theta) - \frac{Q_6}{Q_2} \Psi_S \left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=1}^N q_{2m} f_{2m} [m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.19})$$

$$Q_1 = \frac{1}{2m-1} - \frac{a_1}{2m+1} - \frac{3a_3}{2m+3} \quad (\text{A.20})$$

$$Q_2 = 1 + a_1 + a_3 \quad (\text{A.21})$$

$$Q_3 = (1 + a_1) \cos \theta - 3a_3 \cos(3\theta) \quad (\text{A.22})$$

$$Q_4 = \frac{1 + a_1}{4m^2 - 1} + \frac{9a_3}{4m^2 - 9} \quad (\text{A.23})$$

$$Q_{5_{p2m}} = (1 + a_1 - a_1 a_3) p_2 - a_3 p_4 \quad (\text{A.24})$$

$$Q_{5_{q2m}} = (1 + a_1 - a_1 a_3) q_2 - a_3 q_4 \quad (\text{A.25})$$

$$Q_6 = (1 + a_1) \sin \theta - a_3 \sin(3\theta) \quad (\text{A.26})$$

$$Q_7 = \frac{\sin [(2m - 1)\theta]}{2m - 1} + \frac{a_1 \sin [(2m + 1)\theta]}{2m + 1} - \frac{3a_3 \sin [(2m + 3)\theta]}{2m + 3} \quad (\text{A.27})$$

A.2 Massa Acrescentada e Amortecimento em Deriva e em Balanço devido a Deriva

$$a_{22} = \frac{\rho B^2}{2} \left[\frac{p_0 N_0 + q_0 M_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Kg/m] \quad (A.28)$$

$$b_{22} = \frac{\rho \omega B^2}{2} \left[\frac{p_0 M_0 - q_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/m^2] \quad (A.29)$$

$$a_{42} = \frac{\rho B^3}{2} \left[\frac{p_0 X_R + q_0 Y_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns^2] \quad (A.30)$$

$$b_{42} = \frac{\rho B^3}{2} \left[\frac{p_0 Y_R - q_0 X_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns] \quad (A.31)$$

$$M_0 = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_S(1, \theta) \frac{Q_9}{Q_2} d\theta - \frac{3\pi a_3 q_2}{4Q_2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{2m} Q_{10} k B (-1)^{m-1}}{2Q_2^2} \quad (A.32)$$

$$N_0 = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_C(1, \theta) \frac{Q_9}{Q_2} d\theta - \frac{3\pi a_3 p_2}{4Q_2} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_{2m} Q_{10} k B (-1)^{m-1}}{2Q_2^2} \quad (A.33)$$

$$X_R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_C(1, \theta) \frac{Q_{11}}{Q_2^2} d\theta + \frac{\pi k B (a_1 p_2 - a_3 p_4)}{16Q_2^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_{2m} Q_{12} (-1)^{m+1}}{Q_2^2} \quad (A.34)$$

$$Y_R = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Phi_S(1, \theta) \frac{Q_{11}}{Q_2^2} d\theta + \frac{\pi k B (a_1 q_2 - a_3 q_4)}{16Q_2^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{q_{2m} Q_{12} (-1)^{m+1}}{Q_2^2} \quad (A.35)$$

$$\Psi_C = \pi \exp(-k x_{B3}) \cos(k x_{B2}) [m^2 / \text{sec}] \quad (A.36)$$

$$\Phi_C = -\pi \exp(-k x_{B3}) \sin(k x_{B2}) [m^2 / \text{sec}] \quad (A.37)$$

$$\begin{aligned} \Psi_S &= \pi \exp(-k x_{B3}) \sin(k |x_{B2}|) \\ &- \int_0^{\infty} \frac{\exp(-v |x_{B2}|)}{v^2 + k^2} [v \cos(v x_{B3}) - k \sin(v x_{B3})] dv \\ &- \frac{x_{B3}}{k(x_{B2}^2 + x_{B3}^2)} [m^2 / \text{sec}] \end{aligned} \quad (A.38)$$

$$\begin{aligned} \Phi_S &= \pm \pi \exp(-kx_{B3}) \cos(k|x_{B2}|) \\ &\mp \int_0^\infty \frac{\exp(\mp v|x_{B2}|)}{v^2+k^2} [k \cos(vx_{B3}) + v \sin(vx_{B3})] dv \\ &\quad + \frac{x_{B2}}{k(x_{B2}^2+x_{B3}^2)} [m^2/\text{sec}] \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

$$f_0 = \frac{Q_{13}}{Q_2} \quad (\text{A.40})$$

$$f_{2m} = \cos[(2m+1)\theta] + \frac{kBQ_{14}}{2Q_2} + \frac{kB(-1)^{m+1}Q_{15}}{2Q_2}; m \neq 0 \quad (\text{A.41})$$

$$\Psi_C(1, \theta) - \Psi_C\left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=0}^N p_{2m} f_{2m}[m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.42})$$

$$\Psi_S(1, \theta) - \Psi_S\left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=0}^N q_{2m} f_{2m}[m^2/\text{sec}] \quad (\text{A.43})$$

$$Q_9 = (1 - a_1) \sin \theta + 3a_3 \sin(3\theta) \quad (\text{A.44})$$

$$\begin{aligned} Q_{10} &= \left[\frac{1}{4m^2-1} - \frac{a_1}{(2m+2)^2-1} - \frac{3a_3}{(2m+4)^2-1} \right] (1 - a_1) \\ &\quad + 3a_3 \left[\frac{1}{4m^2-9} - \frac{a_1}{(2m+2)^2-9} - \frac{3a_3}{(2m+4)^2-9} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

$$Q_{11} = a_1(1 + a_3) \sin(2\theta) - 2a_3 \sin(4\theta) \quad (\text{A.46})$$

$$Q_{12} = \frac{2a_1(1 + a_3)}{(2m+1)^2-4} + \frac{8a_3}{(2m+1)^2-16} \quad (\text{A.47})$$

$$Q_{13} = (1 - a_1) \cos \theta + a_3 \cos(3\theta) \quad (\text{A.48})$$

$$Q_{14} = \frac{\cos(2m\theta)}{2m} + \frac{a_1 \cos[(2m+2)\theta]}{2m+2} - \frac{3a_3 \cos[(2m+4)\theta]}{2m+4} \quad (\text{A.49})$$

$$Q_{15} = \frac{1}{2m} - \frac{a_1}{2m+2} - \frac{3a_3}{2m+4} \quad (\text{A.50})$$

A.3 Massa Acrescentada e Amortecimento em Balanço e em Deriva devido a Balanço

$$a_{44} = \frac{\rho B^4}{16} \left[\frac{p_0 X_R + q_0 Y_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Kgm] \quad (A.51)$$

$$b_{44} = \frac{\rho \omega B^4}{16} \left[\frac{p_0 Y_R + q_0 X_R}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/rad] \quad (A.52)$$

$$a_{24} = \frac{\rho B^3}{8} \left[\frac{q_0 M_0 + p_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns^2/radm] \quad (A.53)$$

$$b_{24} = \frac{\rho \omega B^3}{8} \left[\frac{p_0 M_0 - q_0 N_0}{p_0^2 + q_0^2} \right] [Ns/radm] \quad (A.54)$$

$$f_0 = 4 \left[\frac{x_{B2}^2(1, \theta) + x_{B3}^2(1, \theta)}{B^2} \right] - 1 \quad (A.55)$$

$$\Psi_{2m}(r, \theta) = \Psi_{2m}(1, \theta) = -\frac{\cos[(2m+1)\theta]}{r^{2m+1}} - \frac{kB \cos(2m\theta)}{4Q_2 m r^{2m}} \quad (A.56)$$

$$+ \frac{a_1 \cos[(2m+2)\theta]}{(2m+2)r^{2m+2}} - \frac{3a_3 \cos[(2m+4)\theta]}{(2m+4)r^{2m+4}} [m^2/\sec]$$

$$f_{2m} = \Psi_{2m}(1, \pi/2) - \Psi_{2m}(1, \theta); m \neq 0 \quad (A.57)$$

$$\Psi_C(1, \theta) - \Psi_C\left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=0}^N p_{2m} f_{2m} [m^2/\sec] \quad (A.58)$$

$$\Psi_S(1, \theta) - \Psi_S\left(1, \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{m=0}^N q_{2m} f_{2m} [m^2/\sec] \quad (A.59)$$

As variáveis X_R , Y_R , M_0 e N_0 calculam-se com as expressões anteriormente presentes em deriva (B.32 a B.35), tendo em atenção que f_0 e f_{2m} mudam.

Apêndice B

Expressões para cálculo de coeficientes hidrodinâmicos globais

B.1 Modo Vertical

$$A_{11} = \int a_{11} dx$$

$$B_{33} = \int b_{33} dx$$

$$A_{13} = \int a_{13} dx$$

$$A_{35} = - \int x a_{33} dx - \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{33}$$

$$A_{31} = A_{13}$$

$$B_{35} = - \int x b_{33} dx + U_0 A_{33}$$

$$B_{11} = \int b_{11} dx$$

$$A_{53} = - \int x a_{33} dx + \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{33}$$

$$B_{13} = \int b_{13} dx$$

$$B_{53} = - \int x b_{33} dx - U_0 A_{33}$$

$$B_{31} = B_{13}$$

$$A_{55} = \int x^2 a_{33} dx + \frac{U_0^2}{\omega_e^2} A_{33}$$

$$A_{15} = - \int x a_{13} dx - \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{13}$$

$$B_{55} = \int x^2 b_{33} dx + \frac{U_0^2}{\omega_e^2} B_{33}$$

$$B_{15} = - \int x b_{13} dx + U_0 \cdot A_{13}$$

$$C_{33} = \int c_{33} dx = \rho g \int B(x) dx$$

$$A_{51} = - \int x a_{13} dx + \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{31}$$

$$C_{35} = C_{53} = - \int x c_{33} dx = - \rho g \int B(x) dx$$

$$B_{51} = - \int x b_{31} dx - U_0 \cdot A_{13}$$

$$\begin{aligned} C_{55} &= \rho g \nabla G M_L + L C F^2 C_{33} \\ &\approx \int x^2 c_{33} dx = \rho g \int x^2 B(x) dx \end{aligned}$$

$$A_{33} = \int a_{33} dx$$

B.2 Modo Horizontal

$$A_{22} = \int a_{22} dx \qquad B_{46} = \int x b_{24} dx - U_0 A_{24}$$

$$A_{24} = A_{42} = \int a_{24} dx \qquad A_{62} = \int x a_{22} dx - \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{22}$$

$$A_{26} = \int x a_{22} dx + \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{22} \qquad B_{62} = \int x b_{22} dx + U_0 A_{22}$$

$$A_{44} = \int a_{44} dx \qquad A_{64} = \int x a_{24} dx - \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{24}$$

$$A_{46} = \int x a_{24} dx + \frac{U_0}{\omega_e^2} B_{24} \qquad B_{64} = \int x b_{24} dx + U_0 A_{24}$$

$$B_{22} = \int b_{22} dx \qquad A_{66} = \int x^2 a_{22} dx + \frac{U_0^2}{\omega_e^2} A_{22}$$

$$B_{24} = B_{42} = \int b_{24} dx \qquad B_{66} = \int x^2 b_{22} dx + \frac{U_0^2}{\omega_e^2} B_{22}$$

$$B_{26} = \int x b_{22} dx - U_0 A_{22} \qquad C_{44} \approx \rho g \nabla G M_T$$

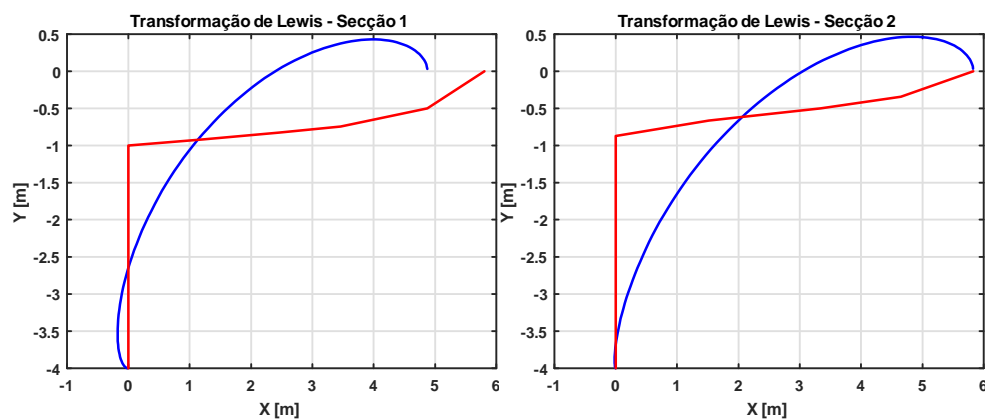
$$B_{44} = \int b_{44} dx + B e = B_{44}^*$$

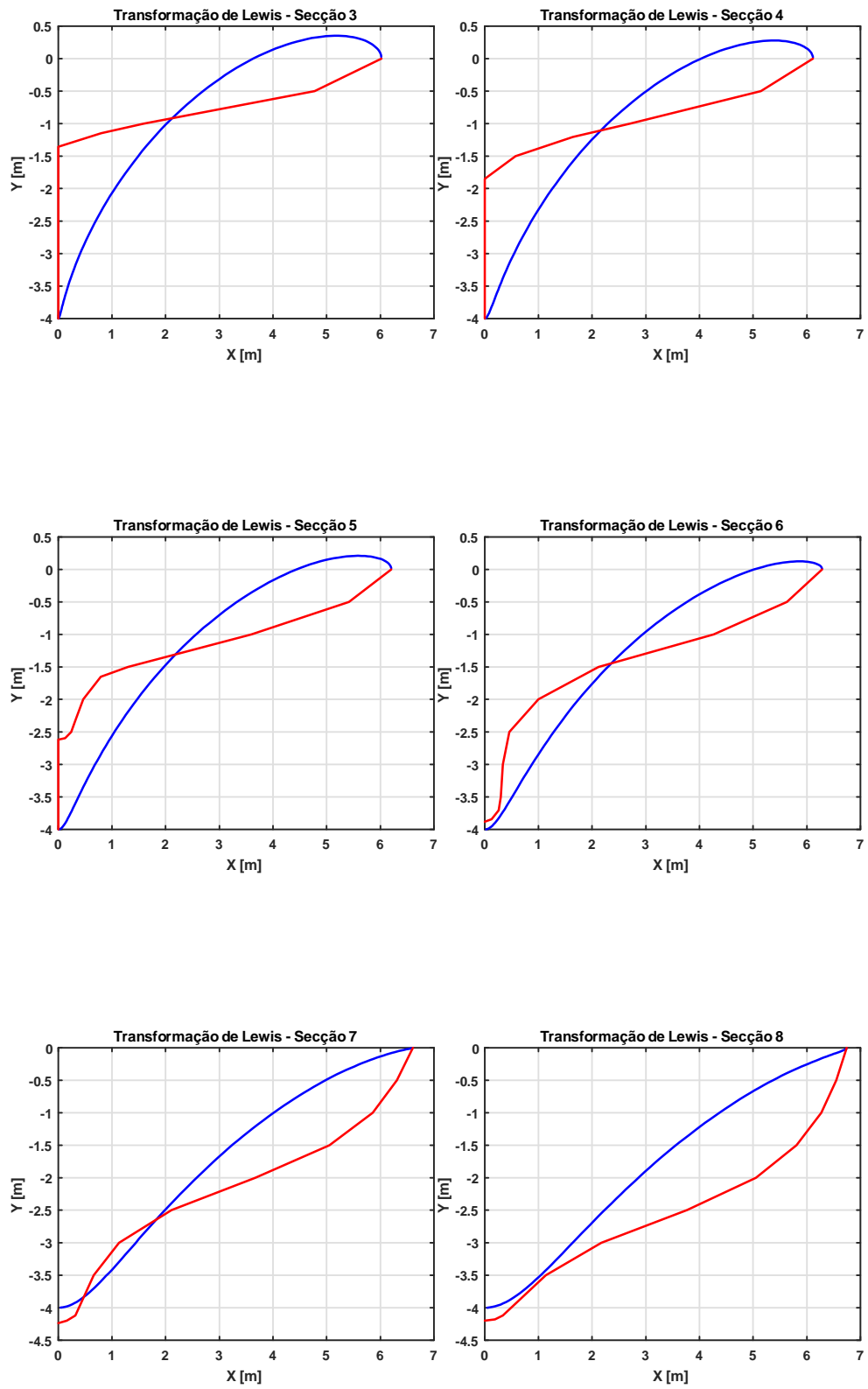
Apêndice C

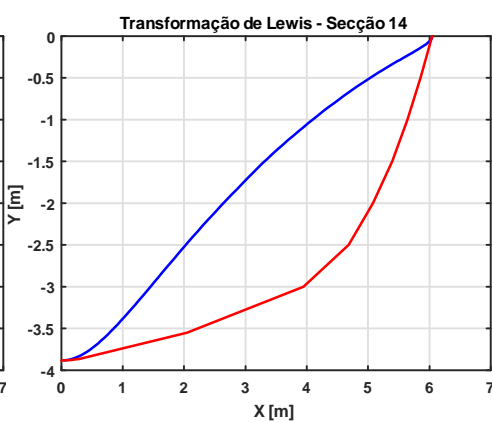
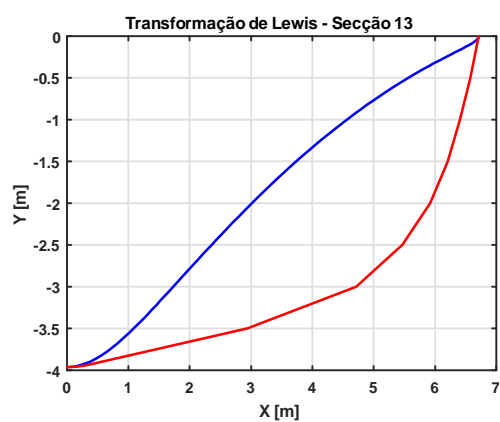
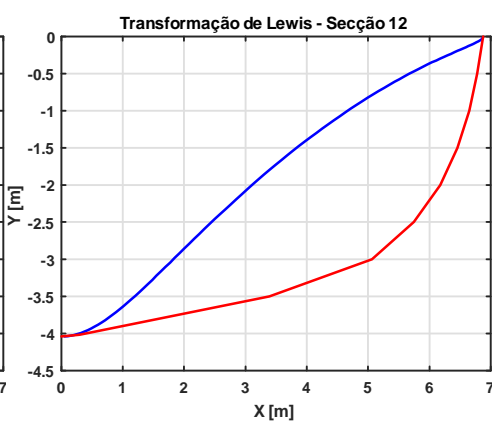
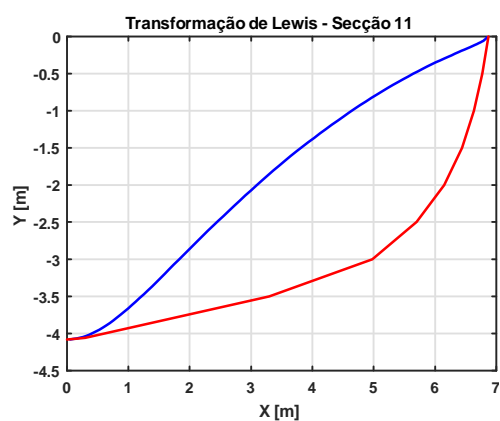
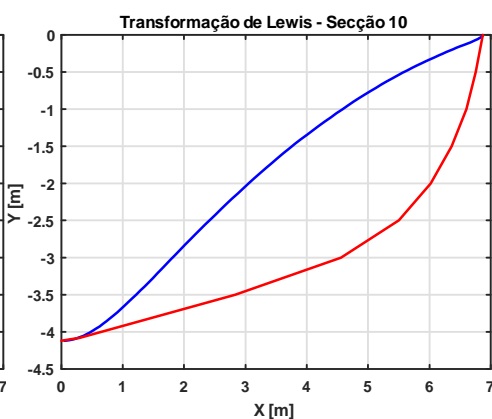
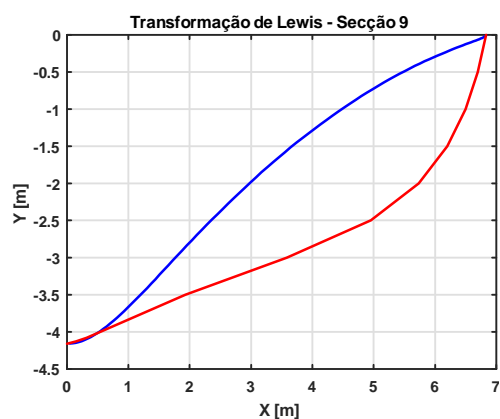
Técnicas de Mapeamento Conforme Implementadas

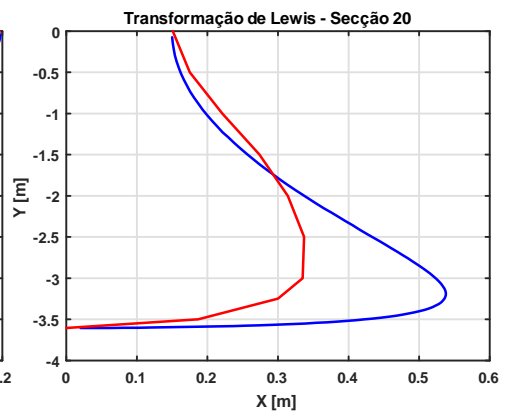
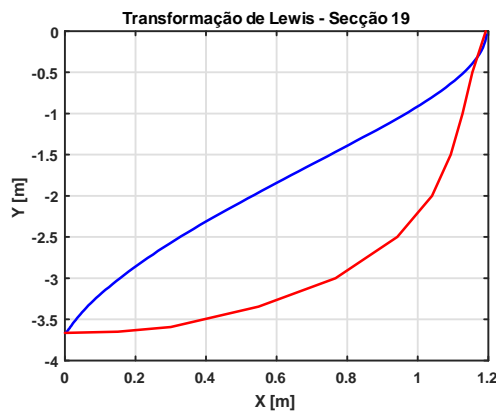
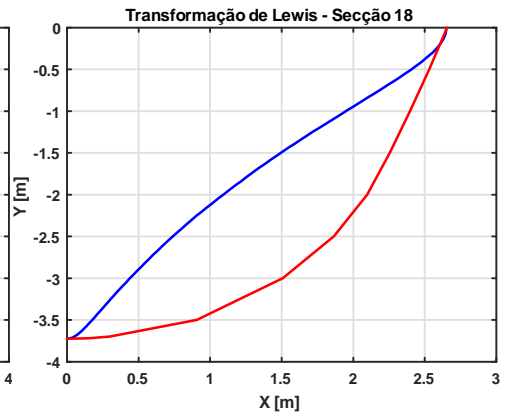
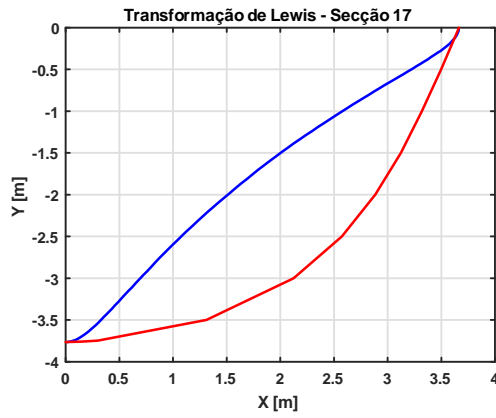
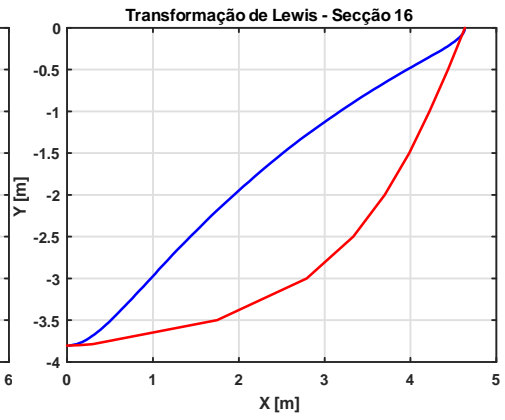
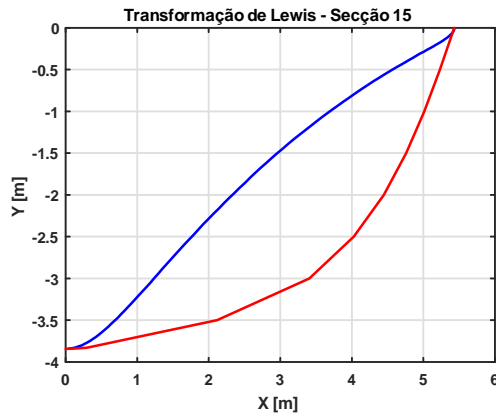
C.1 Transformação de Lewis

As seguintes figuras apresentam uma comparação entre a forma de Lewis (a azul), a partir da Transformação da Lewis, e a respetiva secção (a vermelho) das 20 secções em que a fragata em estudo foi dividida.



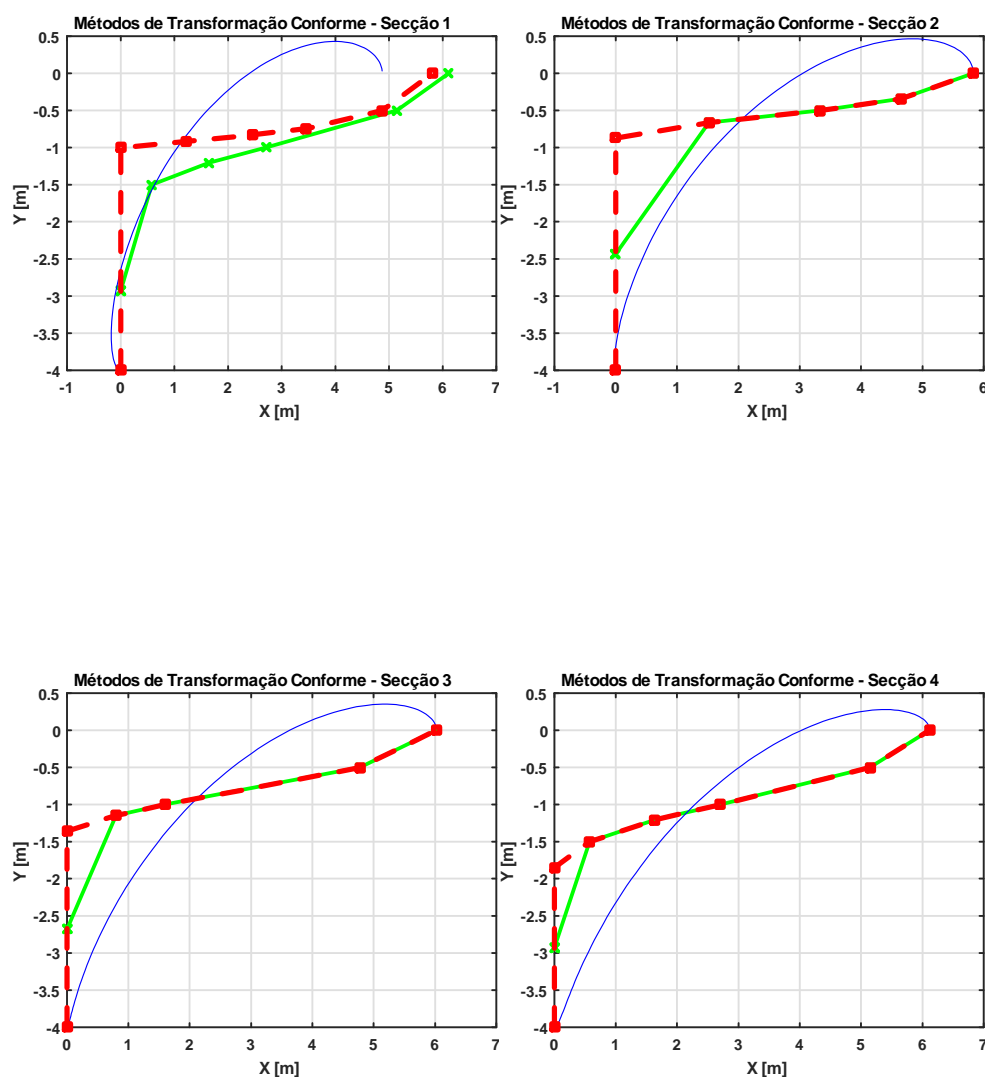


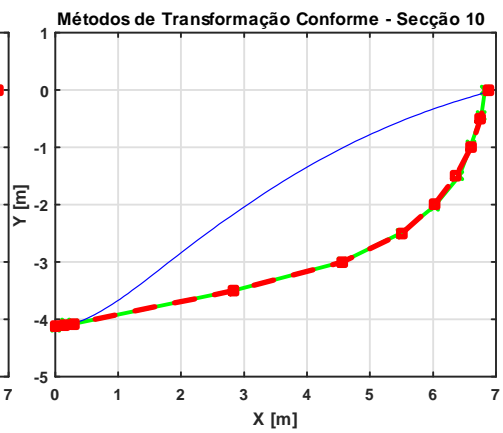
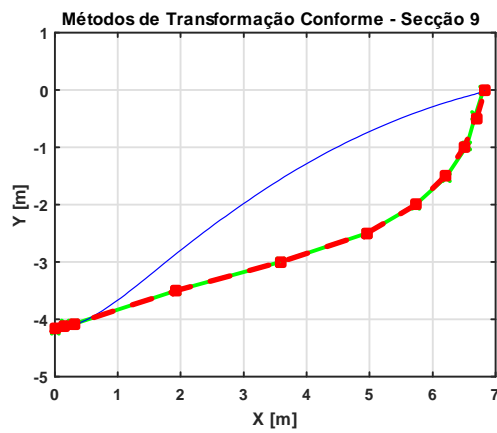
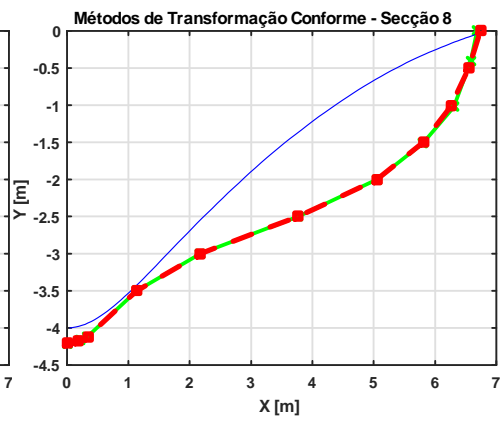
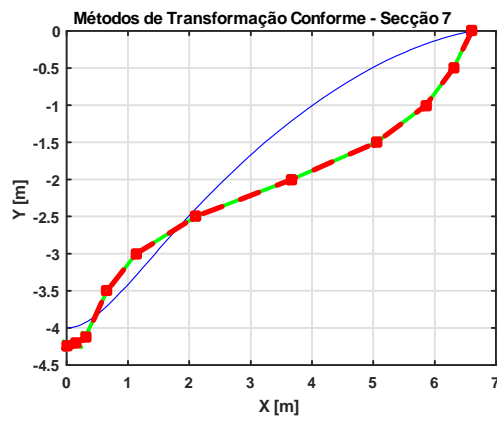
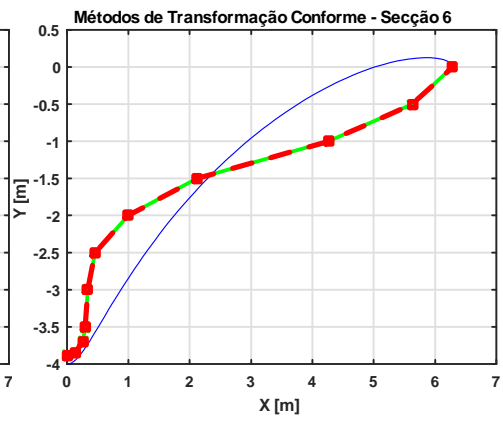
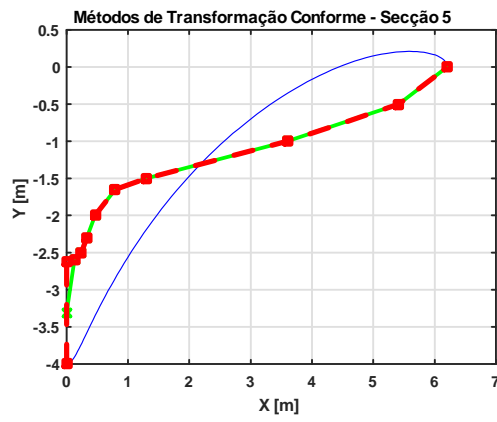


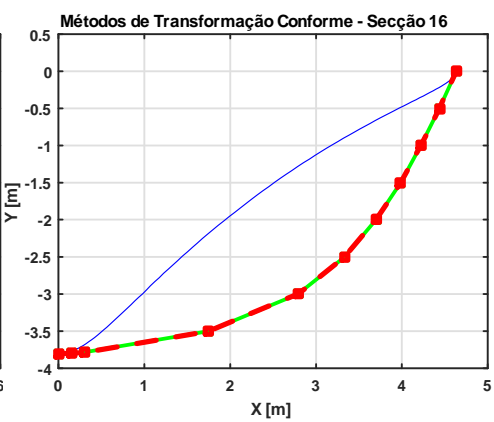
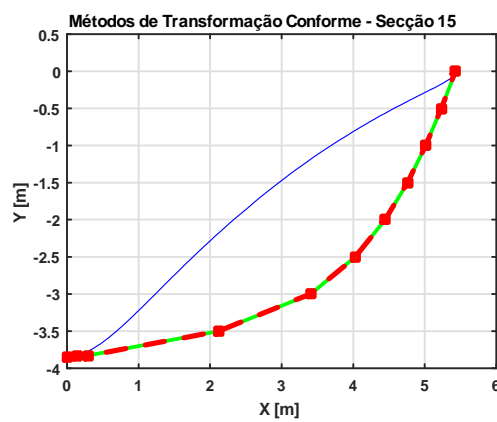
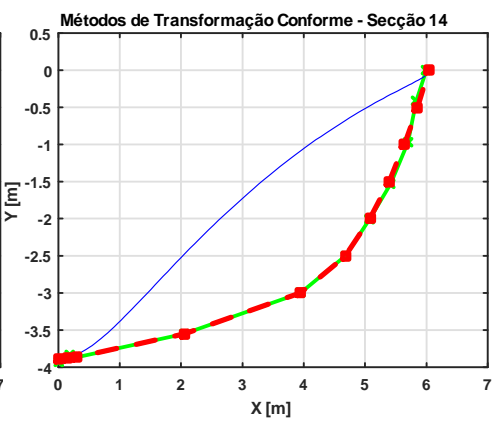
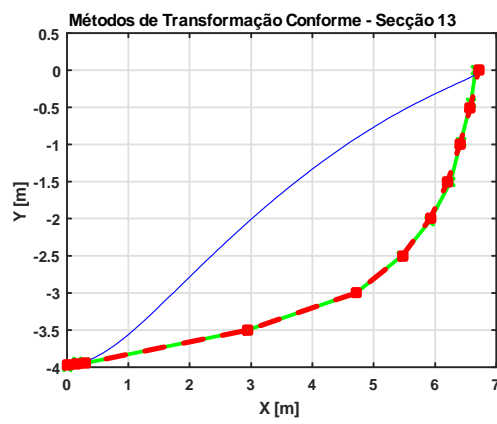
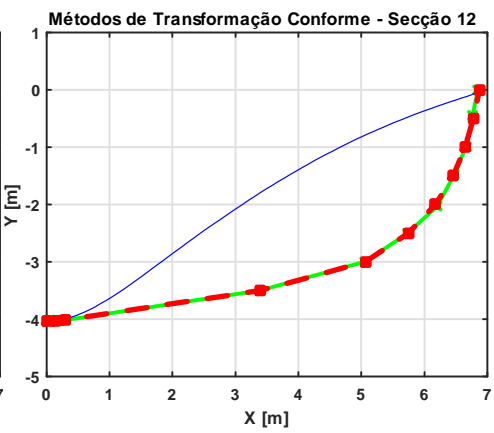
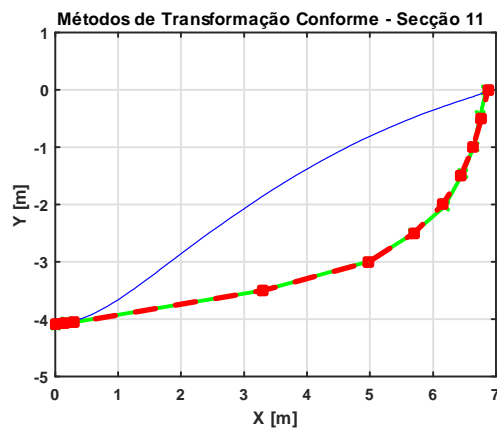


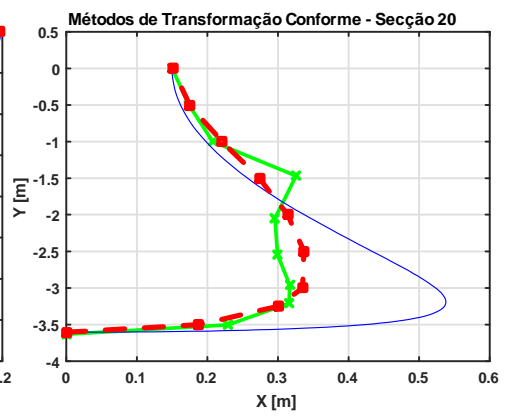
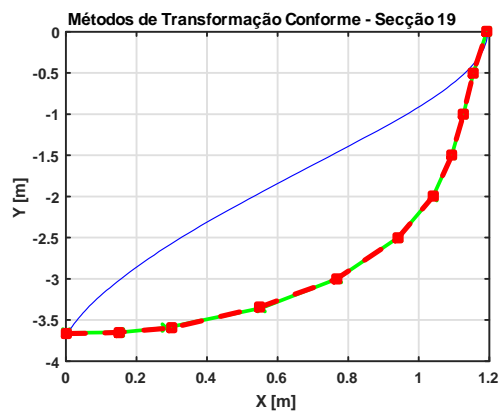
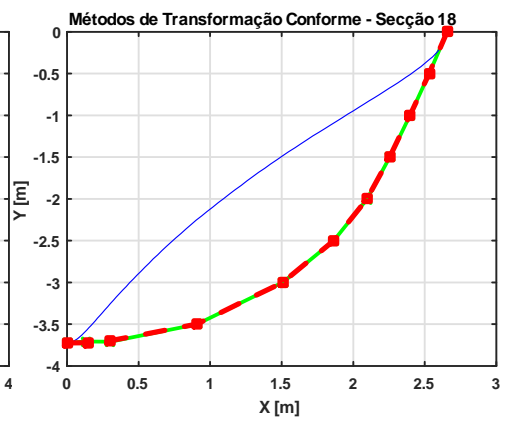
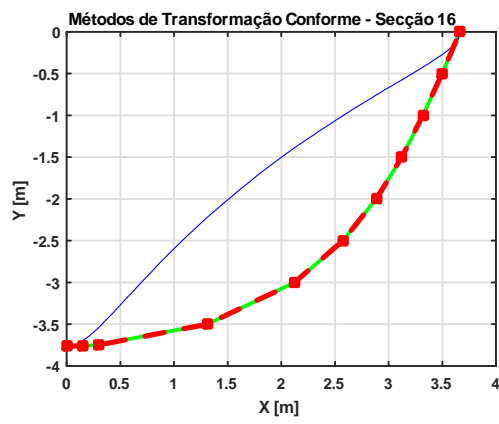
C.2 Métodos de Transformação Conforme

As seguintes figuras apresentam as várias técnicas de mapeamento implementadas, havendo uma comparação entre a Transformação da Lewis, Transformação Conforme Multiparâmetro e respetiva secção das 20 secções em que a fragata em estudo foi dividida. Sendo assim, foram necessários os seguintes coeficientes para mapear da melhor forma as várias secções (da secção 1 até 20, respetivamente): 9, 7, 7, 9, 17, 17, 17, 17, 16, 15, 14, 14, 15, 17, 19, 19, 18, 17, 16, 10.

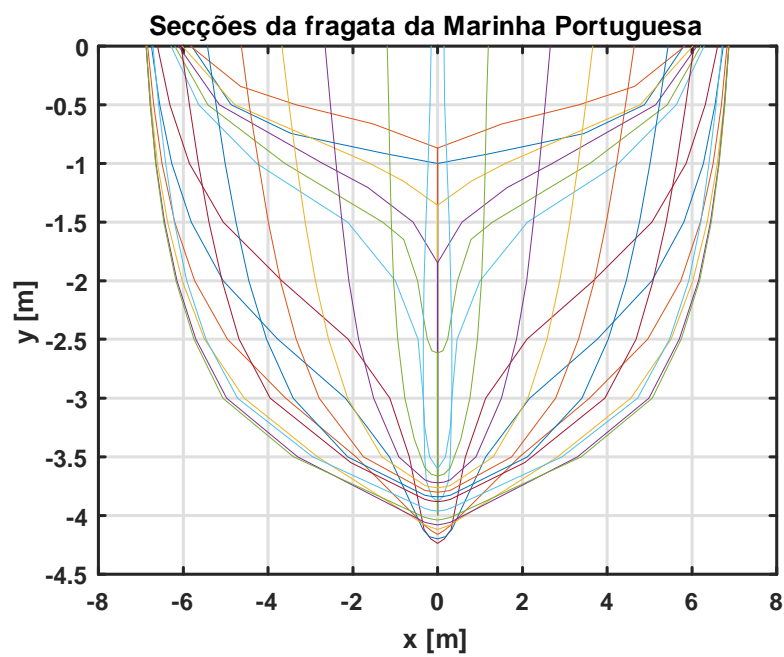
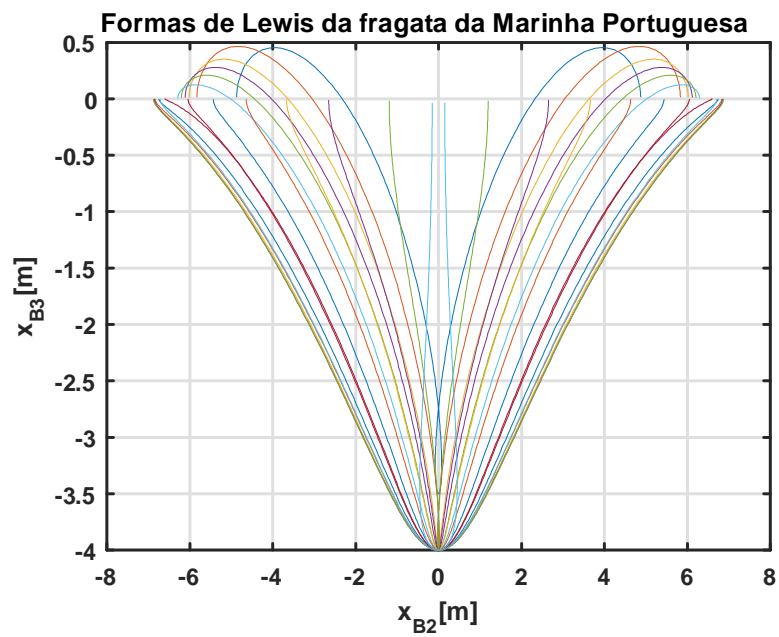


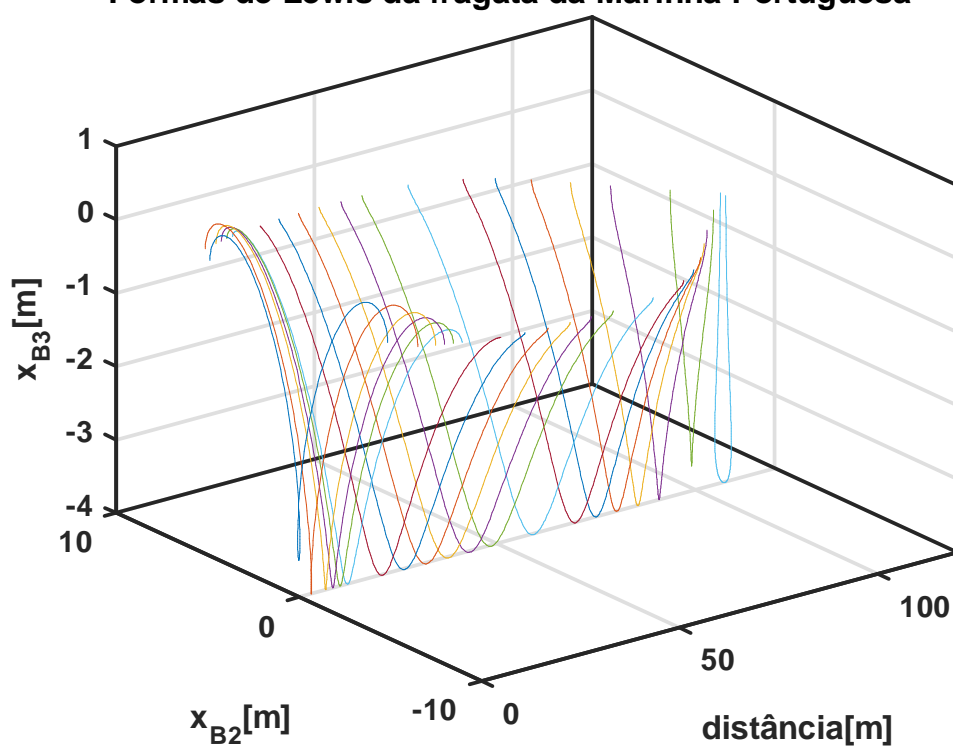
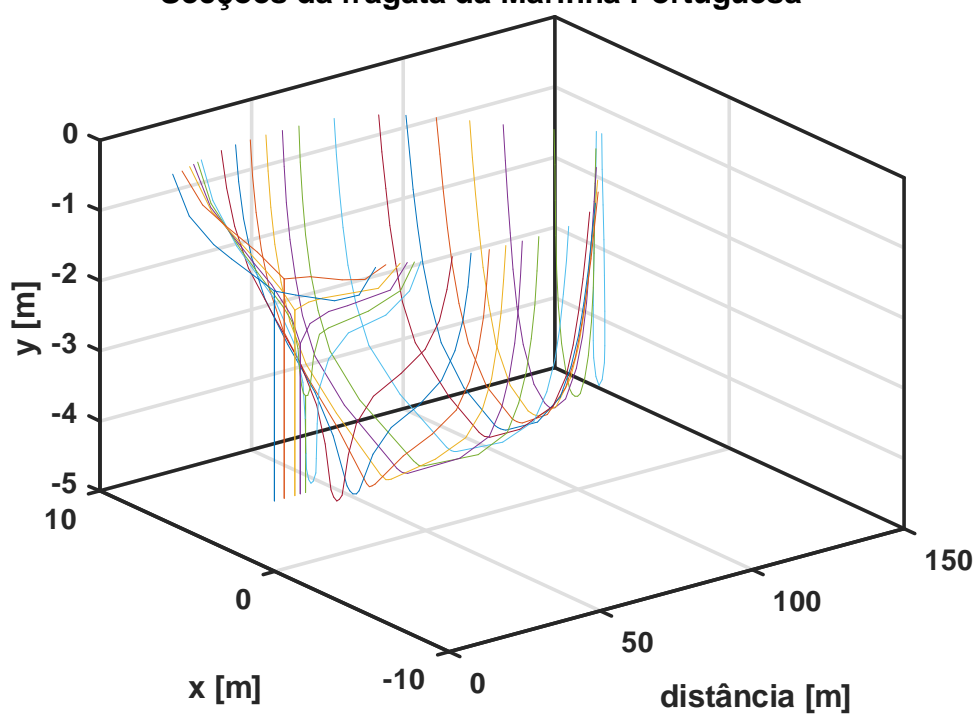


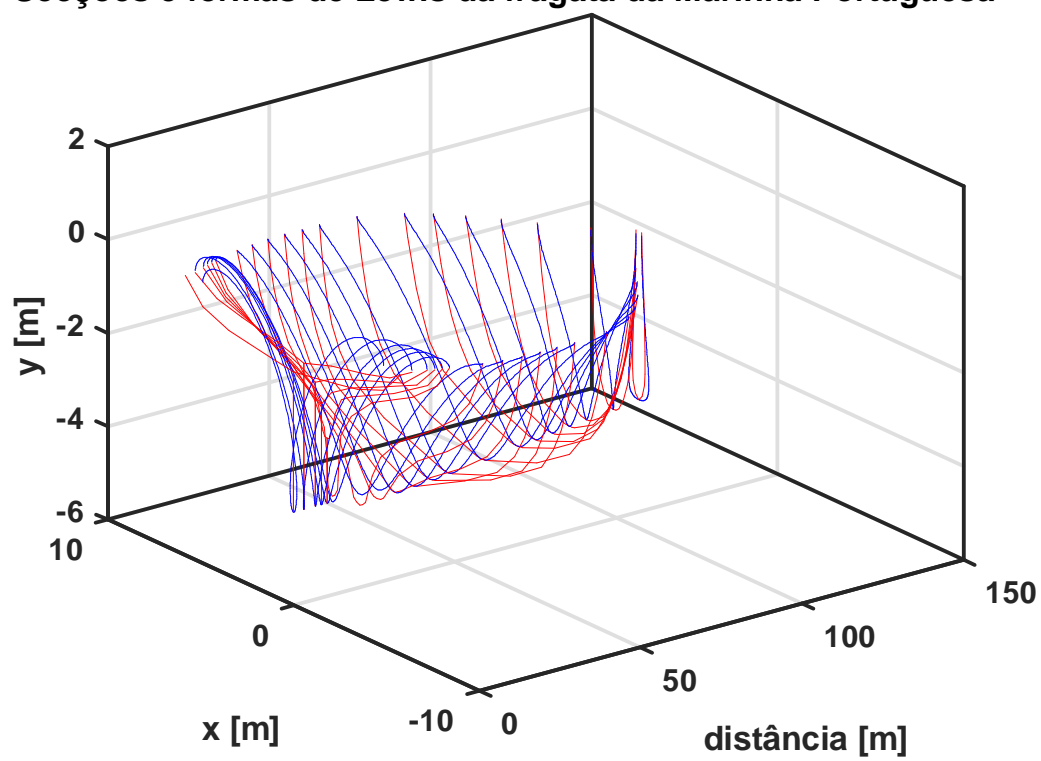




C.3 Visualização global das várias da secções da fragata



Formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa**Secções da fragata da Marinha Portuguesa**

Secções e formas de Lewis da fragata da Marinha Portuguesa

Apêndice D

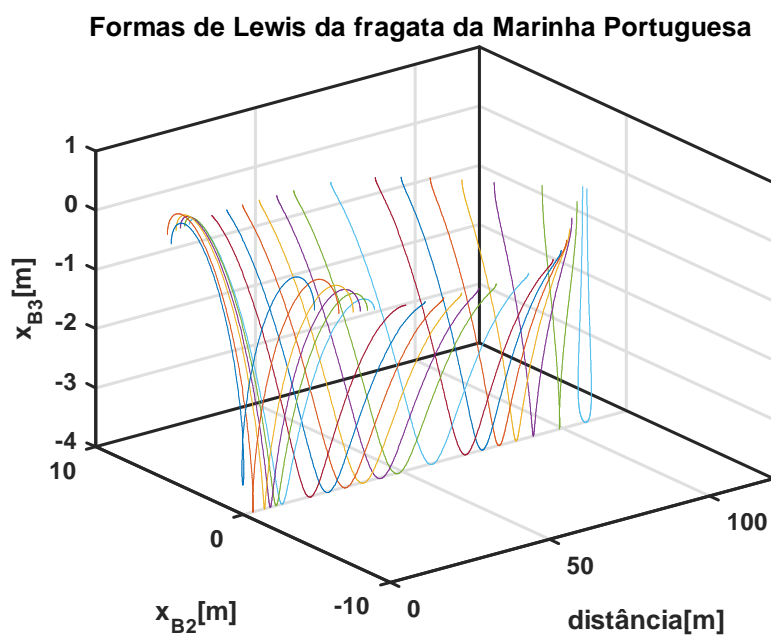
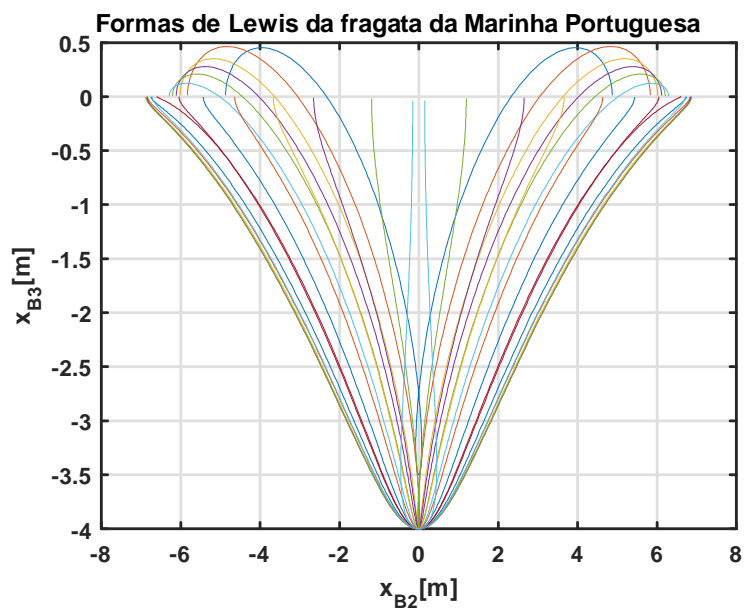
Curvas de Coeficientes Hidrodinâmicos de uma fragata da Marinha Portuguesa

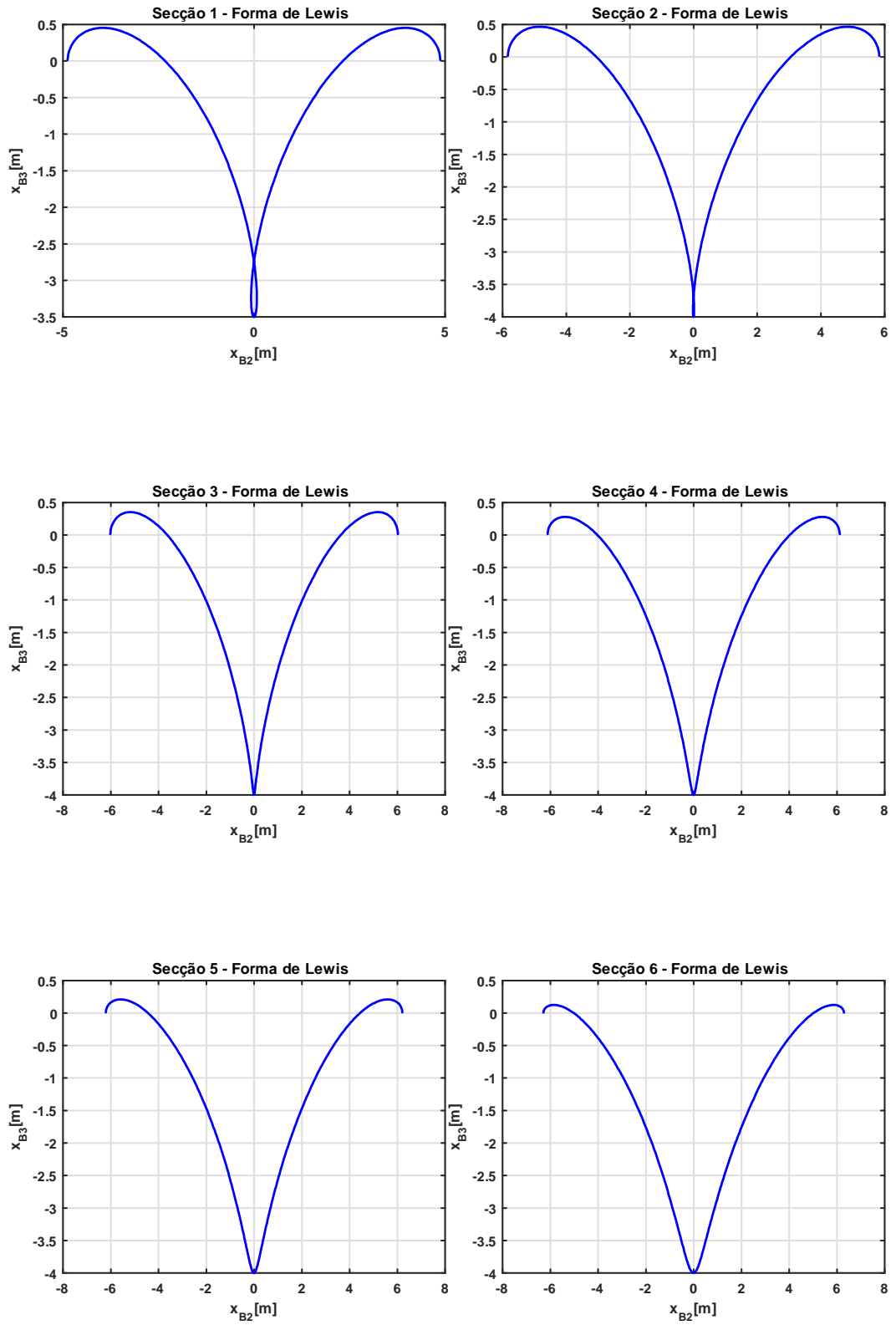
D.1 Dimensões geométricas das 20 secções em que a fragata da Marinha Portuguesa estudada foi dividida.

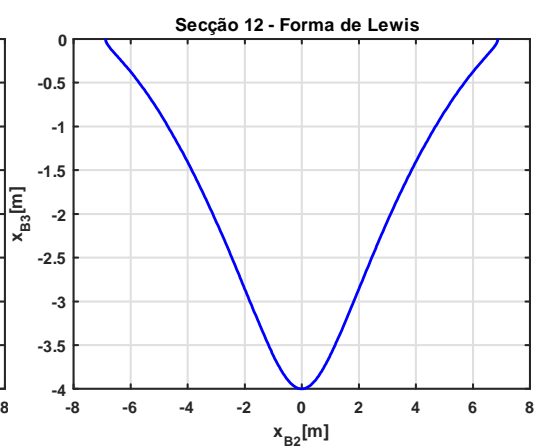
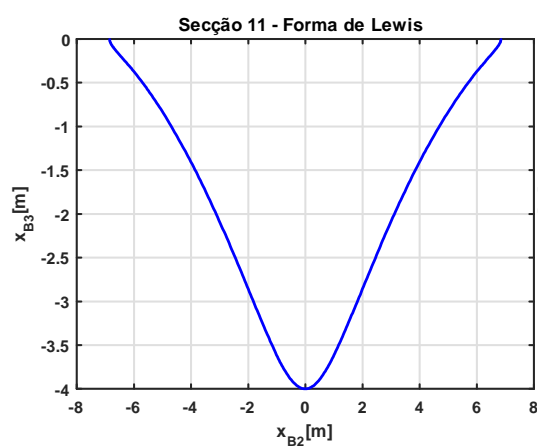
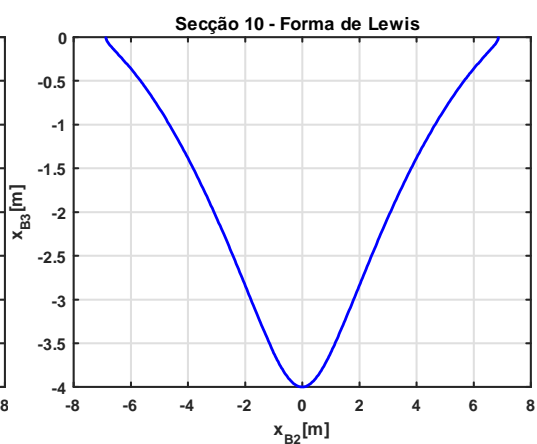
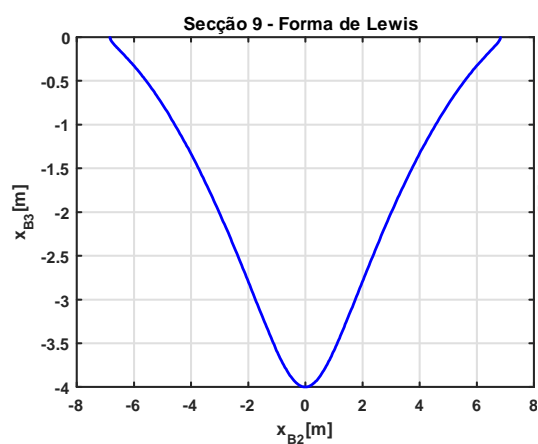
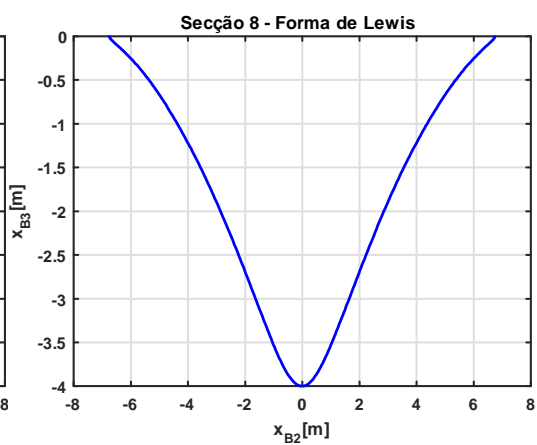
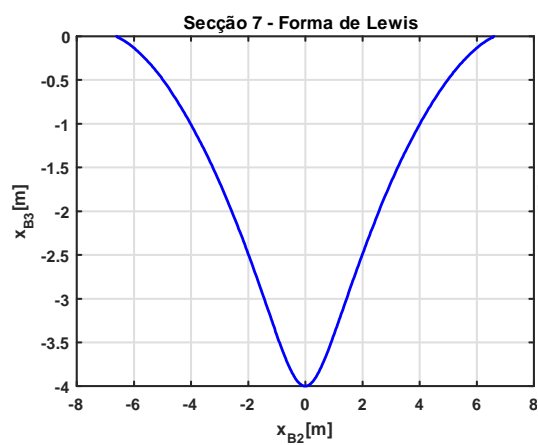
Secções do Navio					
Secção	Boca	Calado	Área	Sigma	H
1	9,75	3,5	2,95	0,086447	2,785714
2	11,66	4	5,96	0,127787	2,915
3	12,04	4	9,11	0,189161	3,01
4	12,23	4	11,11	0,227105	3,0575
5	12,41	4	13,08	0,263497	3,1025
6	12,58	4	15,66	0,311208	3,145
7	13,2	4	22,4	0,424242	3,3
8	13,49	4	24,53	0,454596	3,3725
9	13,67	4	25,68	0,469642	3,4175
10	13,74	4	26,18	0,476346	3,435
11	13,7	4	26,4	0,481752	3,425
12	13,75	4	26,41	0,480182	3,4375
13	13,43	4	25,51	0,47487	3,3575
14	12,09	4	22,45	0,464227	3,0225
15	10,87	4	19,94	0,458602	2,7175
16	9,27	4	16,81	0,453344	2,3175
17	7,33	4	13,22	0,450887	1,8325
18	5,3	4	9,6	0,45283	1,325
19	2,39	4	4,49	0,469665	0,5975
20	0,3	4	2,3	1,916667	0,075

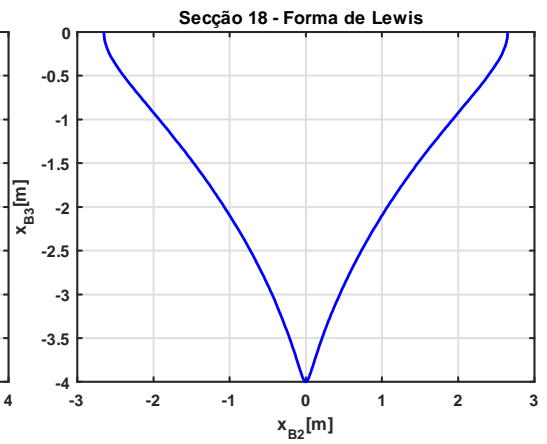
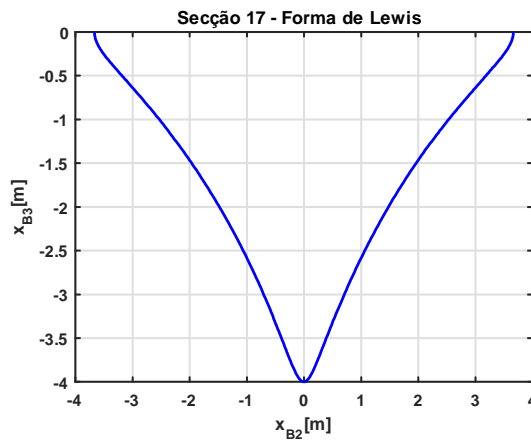
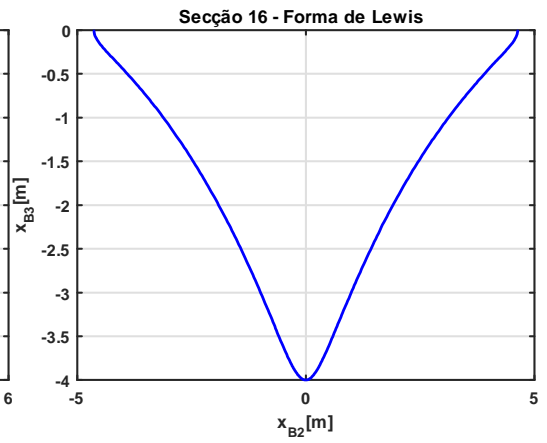
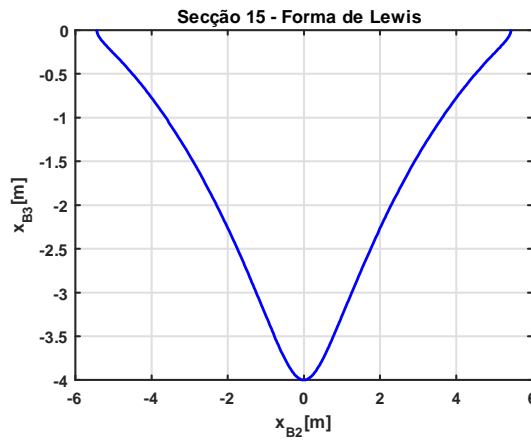
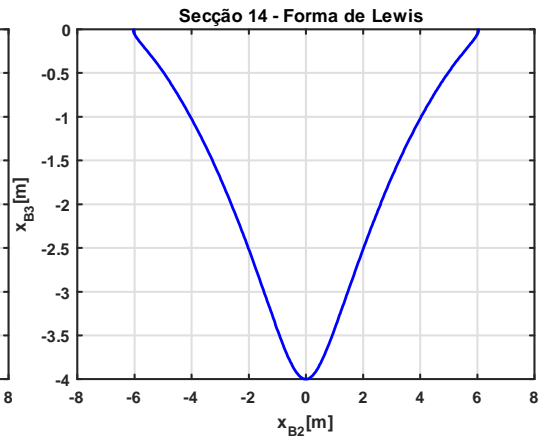
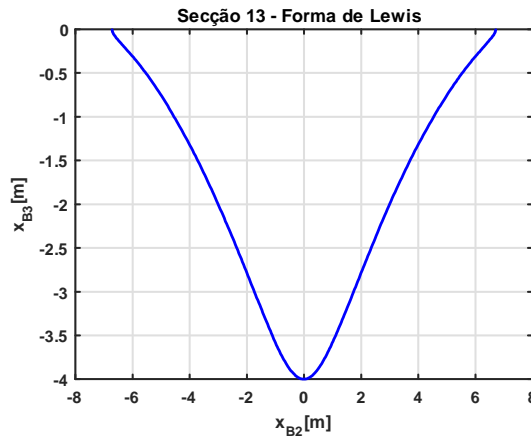
1.

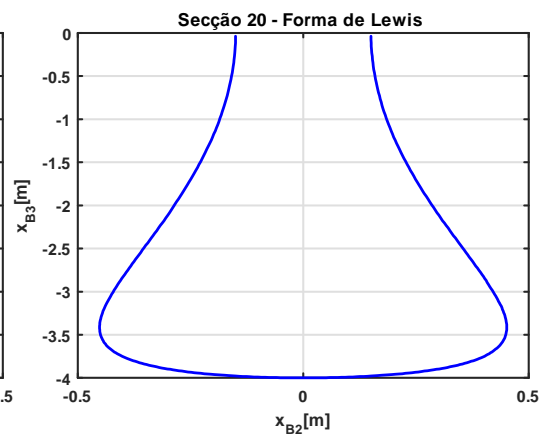
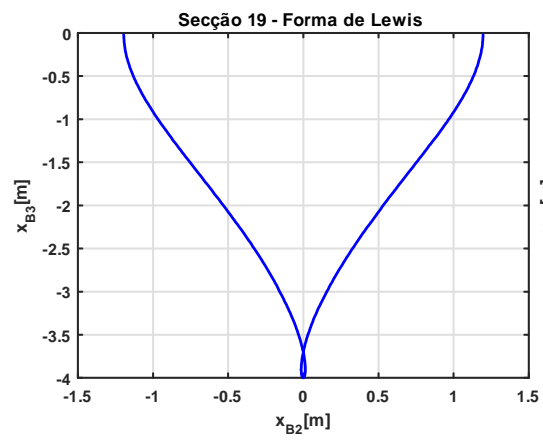
D.2 Formas de Lewis das várias secções da fragata da Marinha Portuguesa estudada.



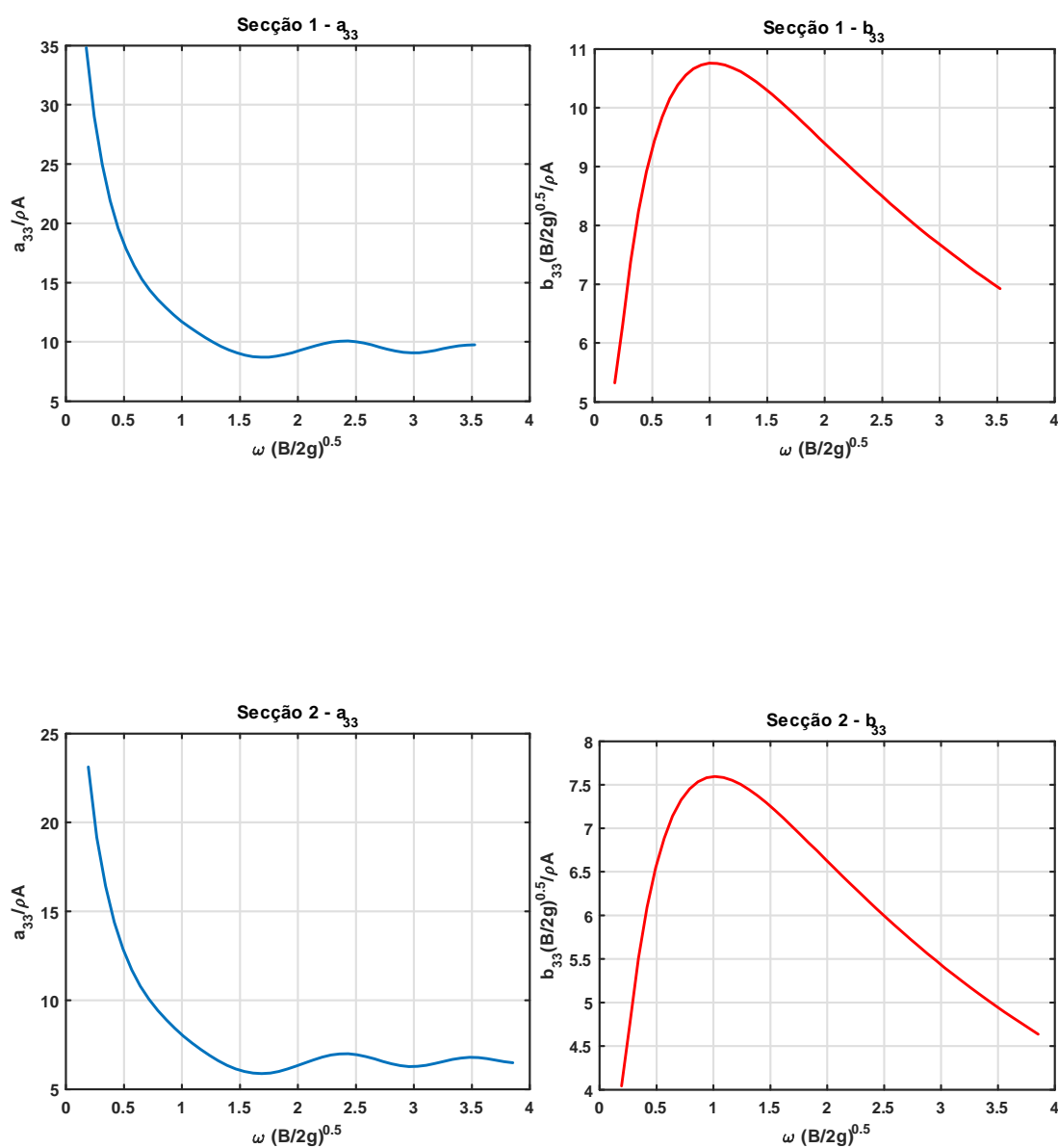


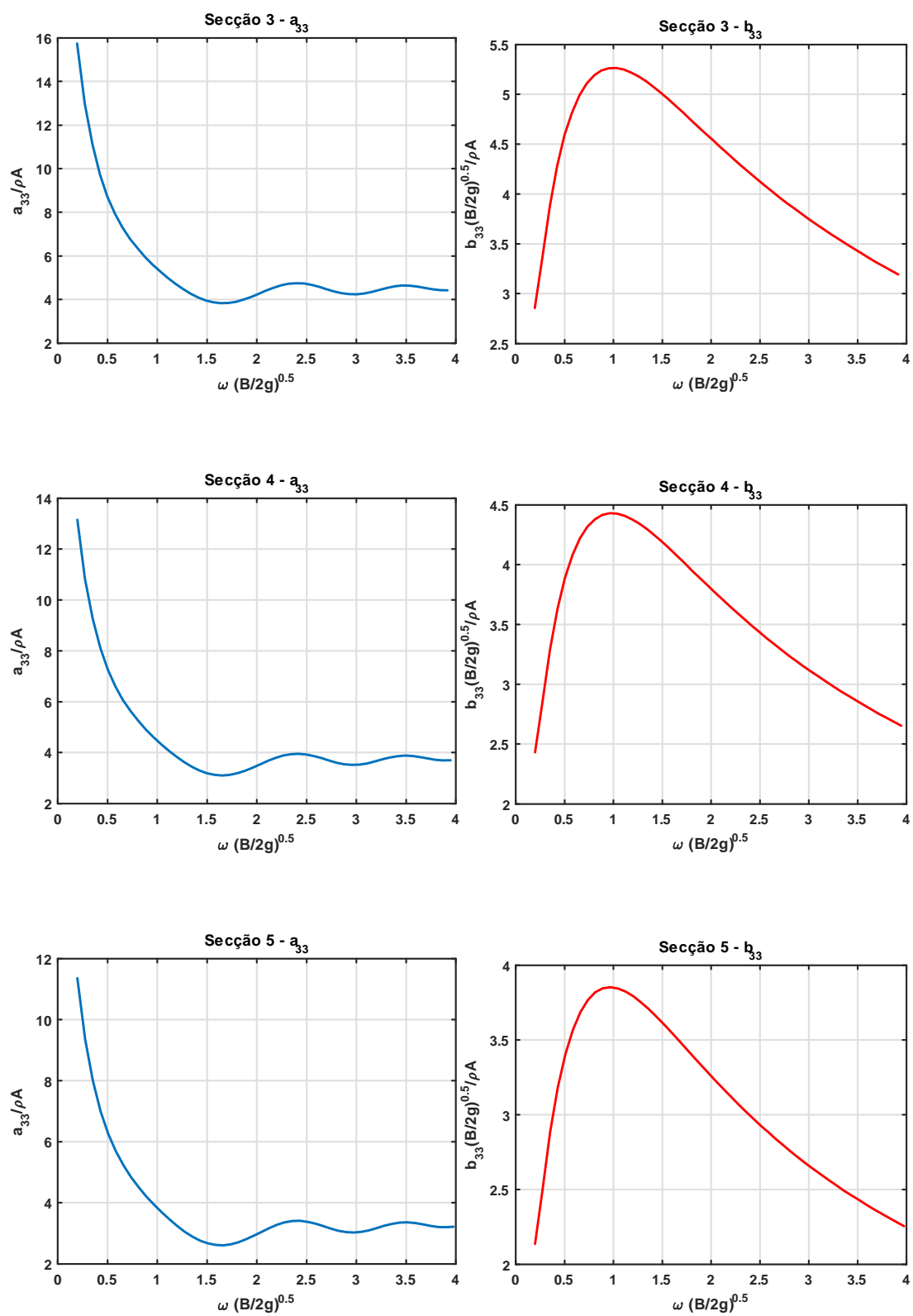


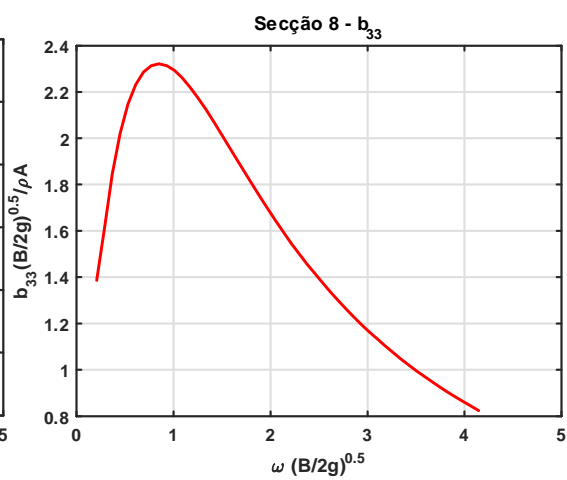
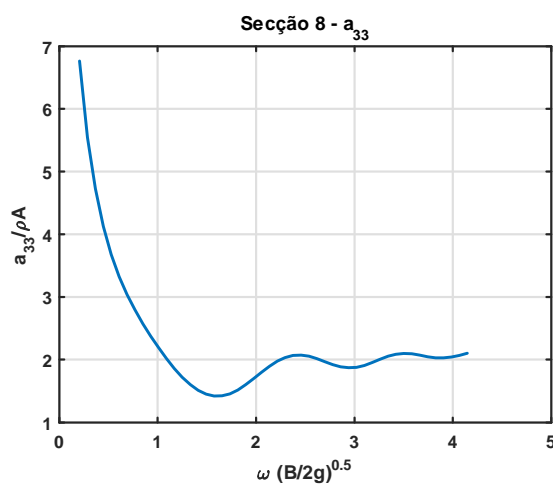
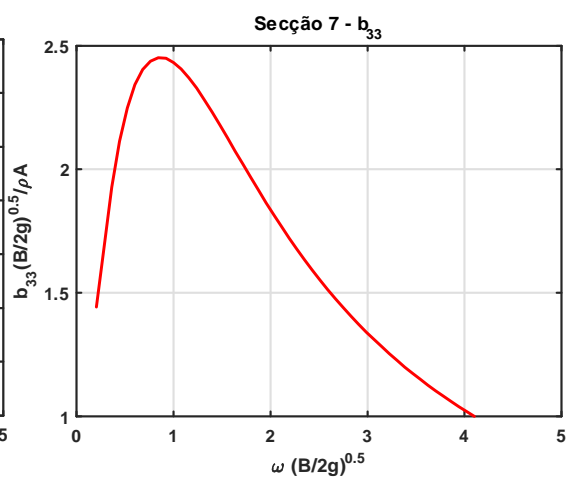
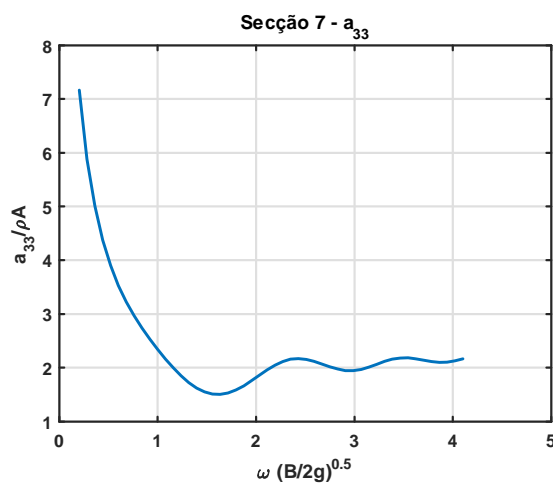
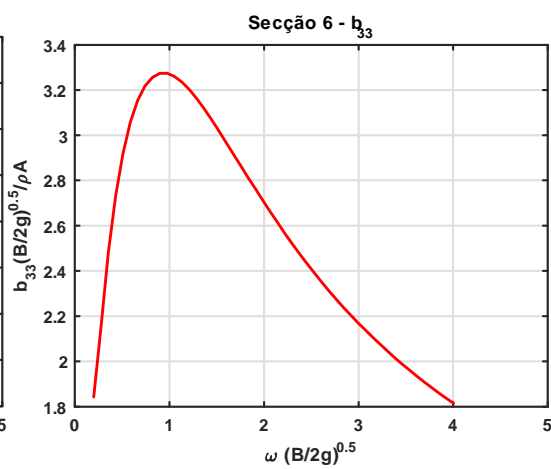
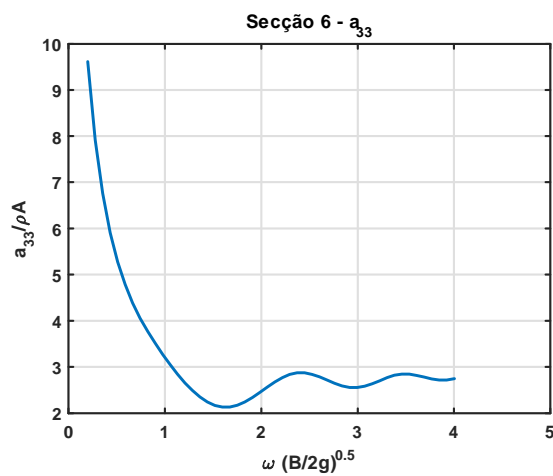


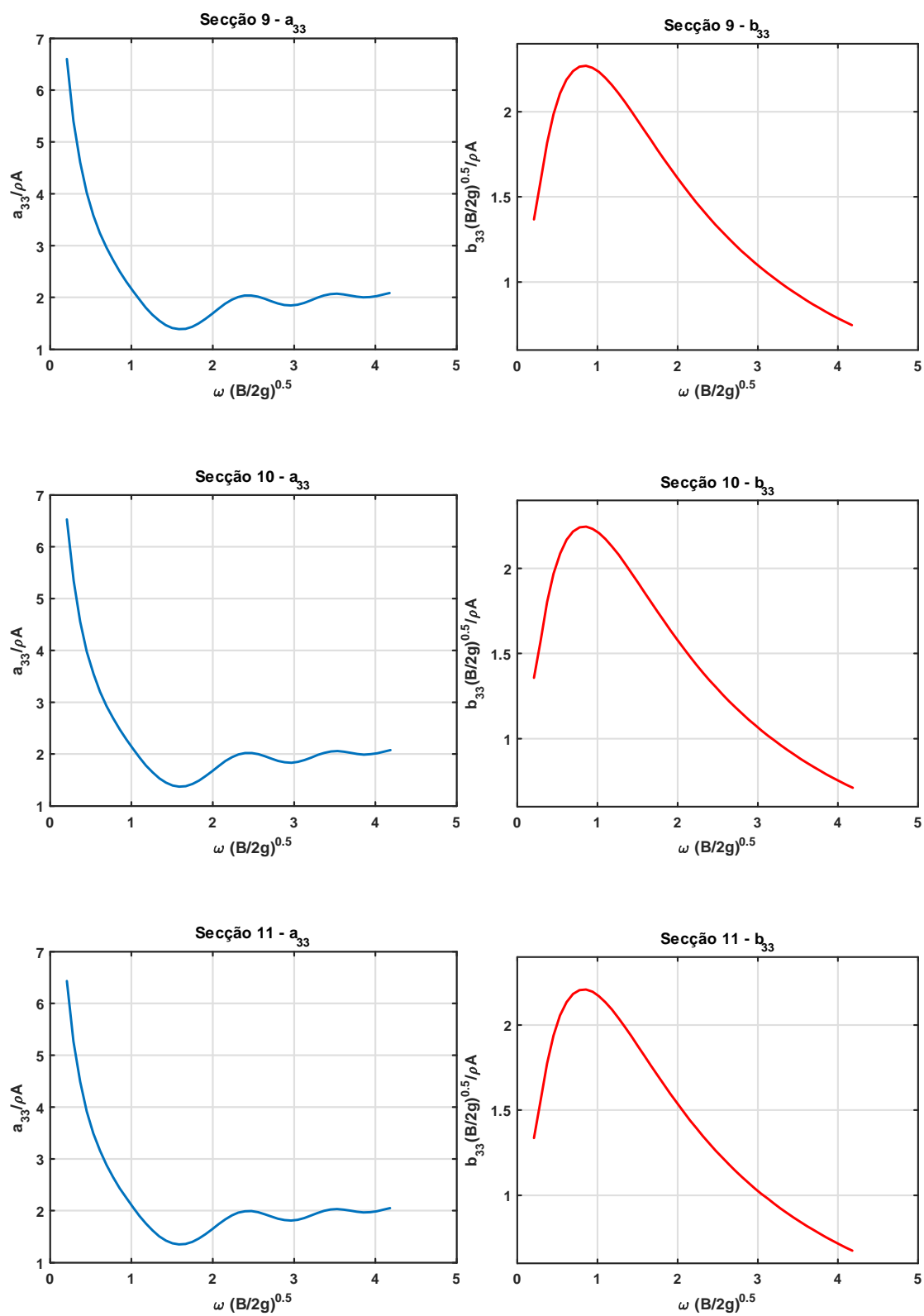


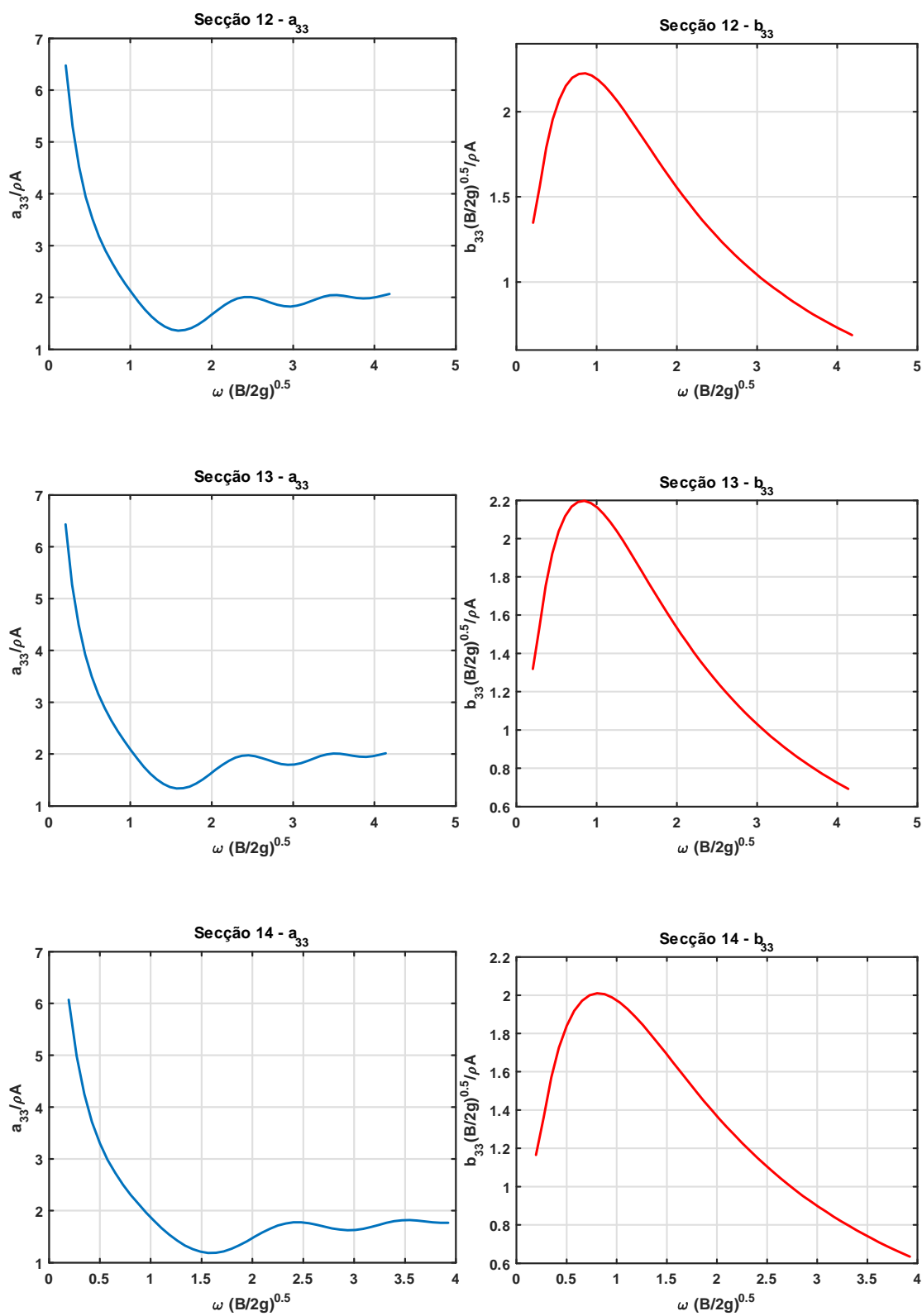
D.3 Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em arfagem (a_{33} e b_{33}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.

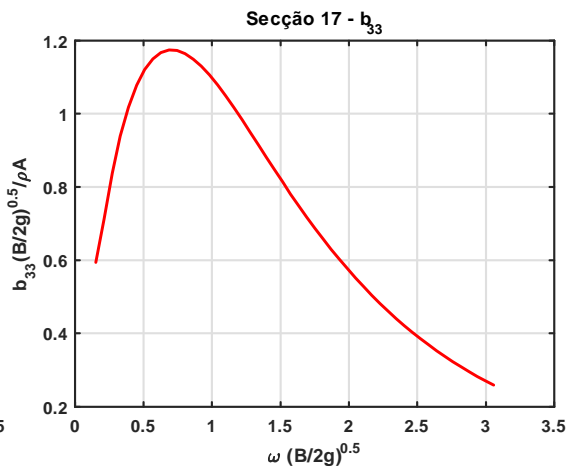
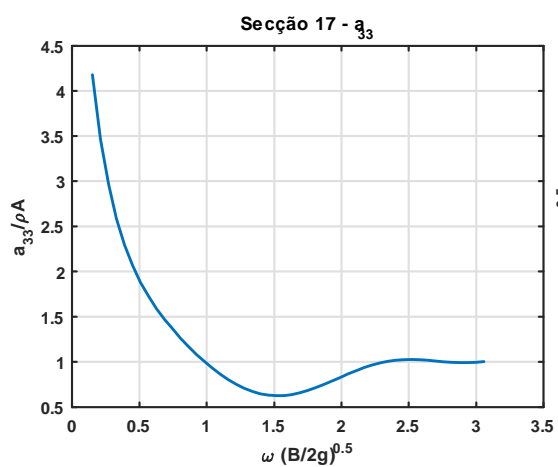
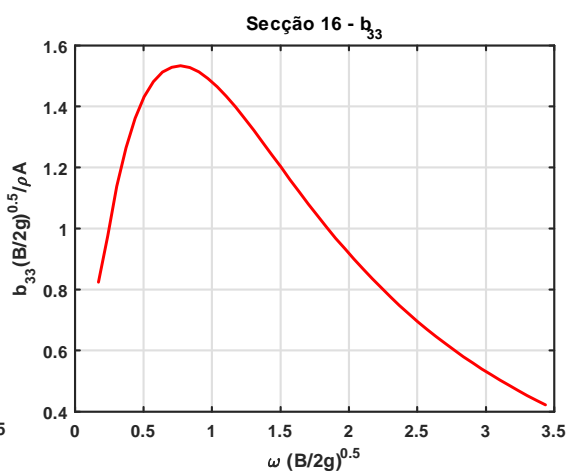
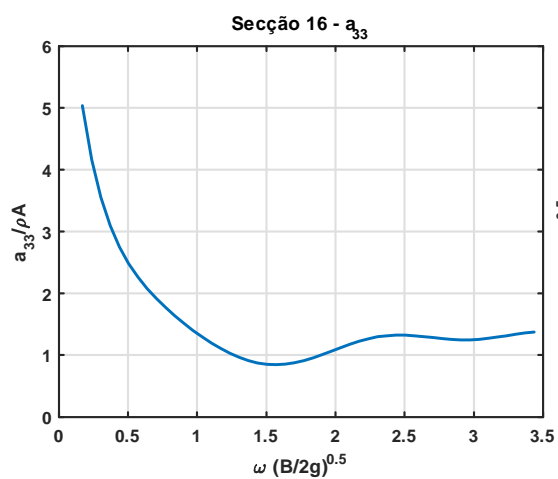
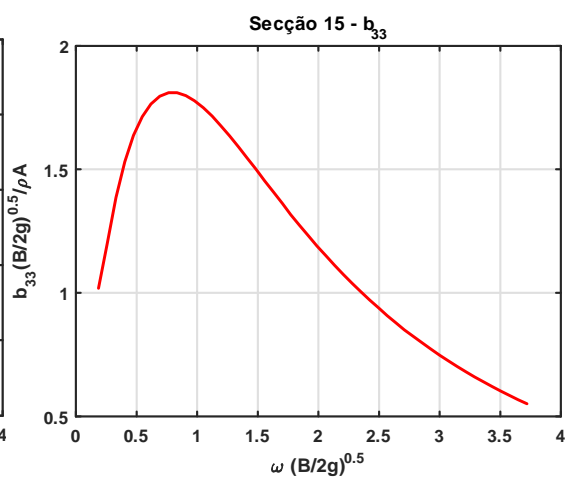
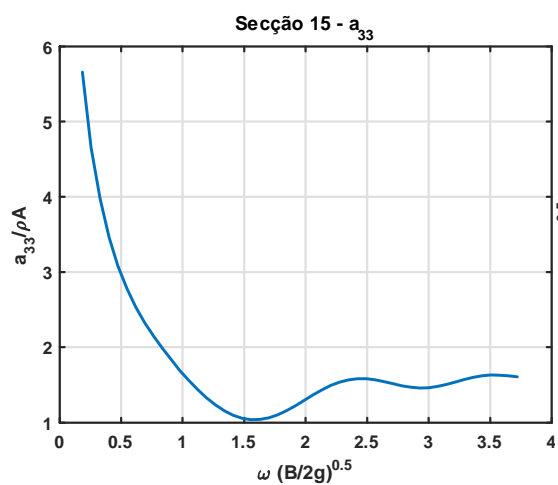


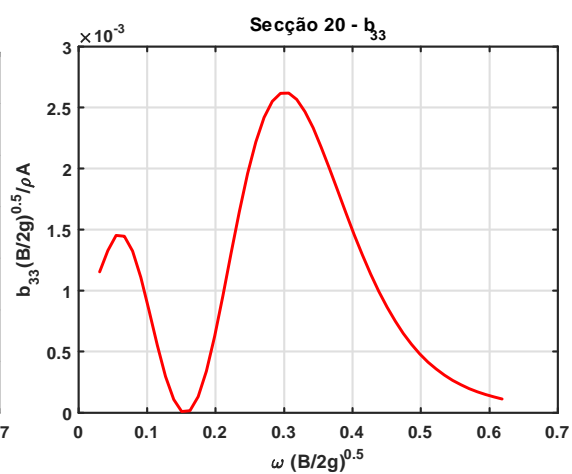
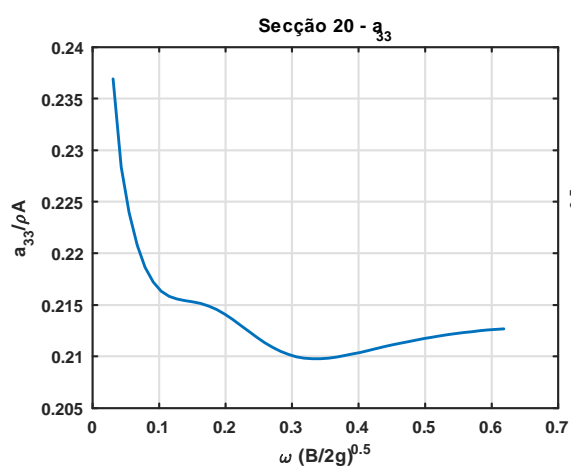
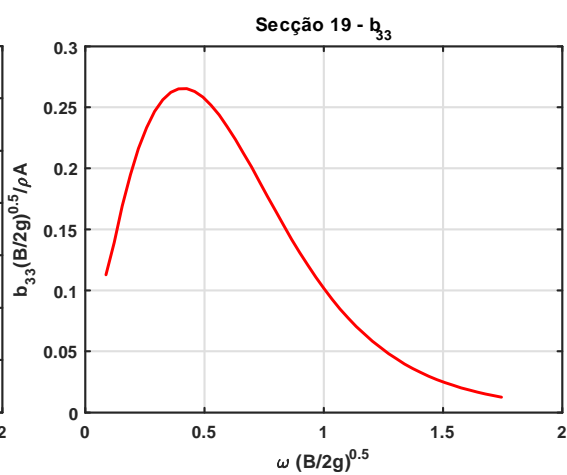
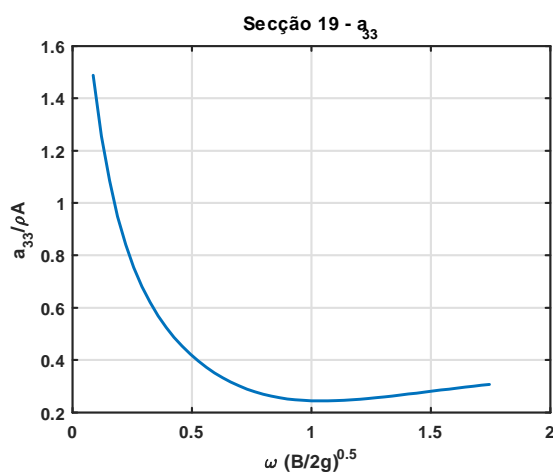
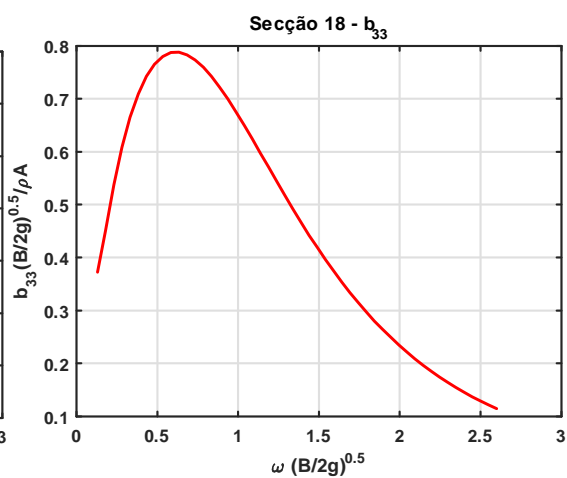
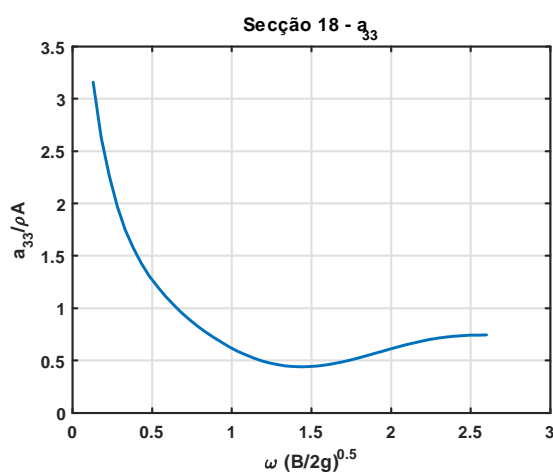




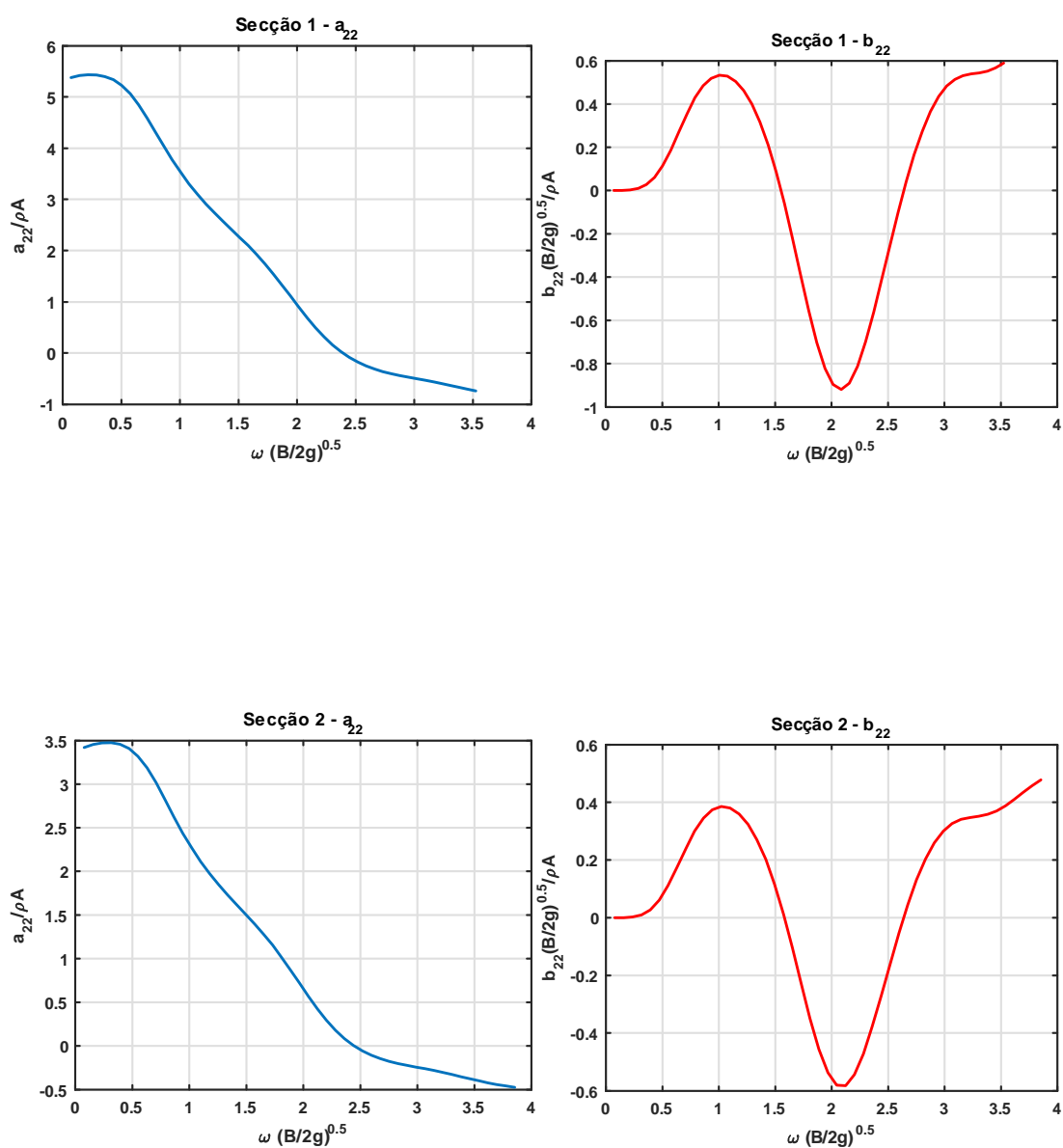


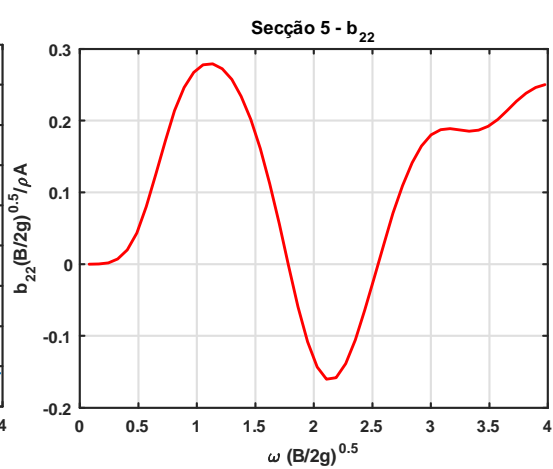
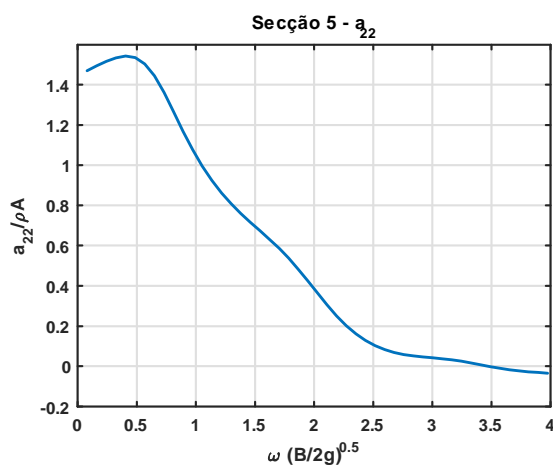
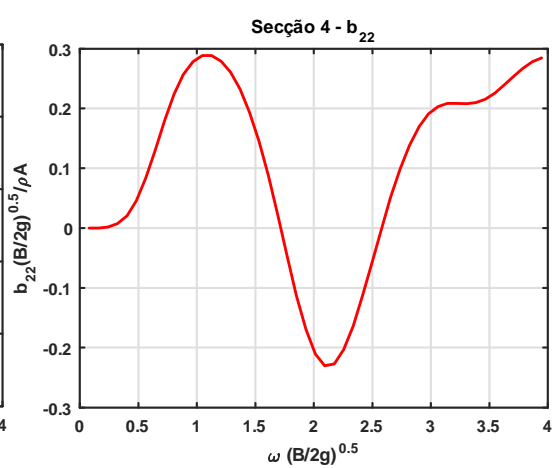
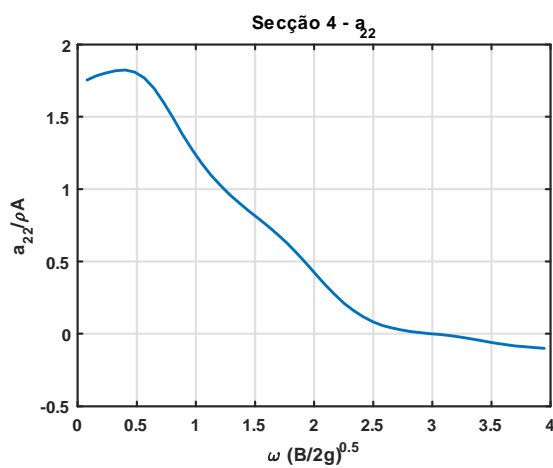
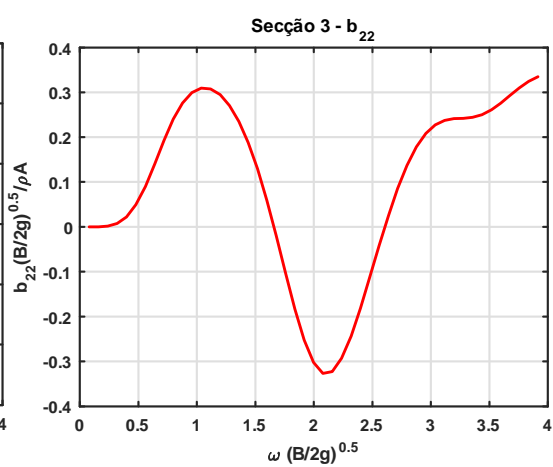
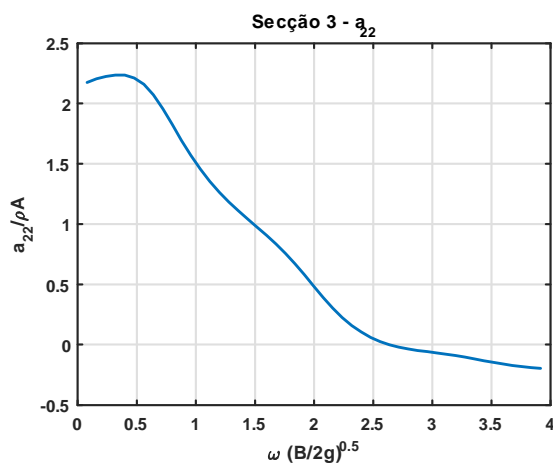


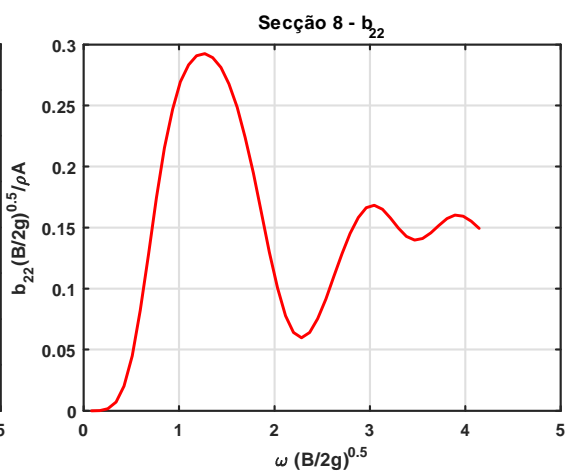
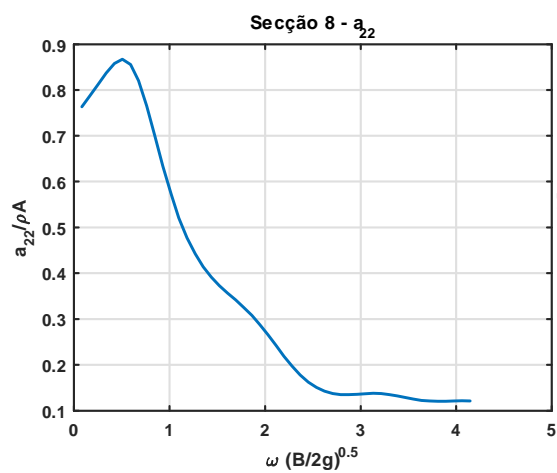
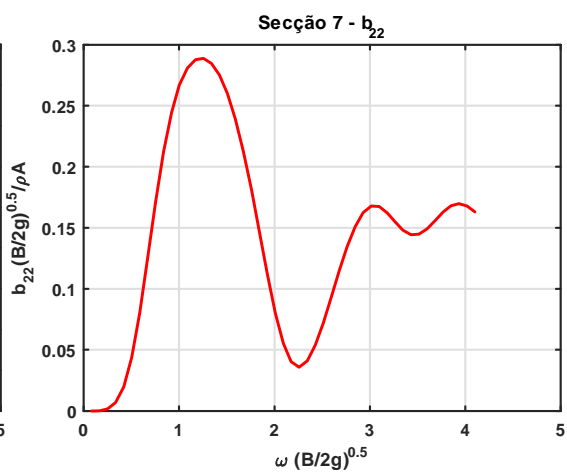
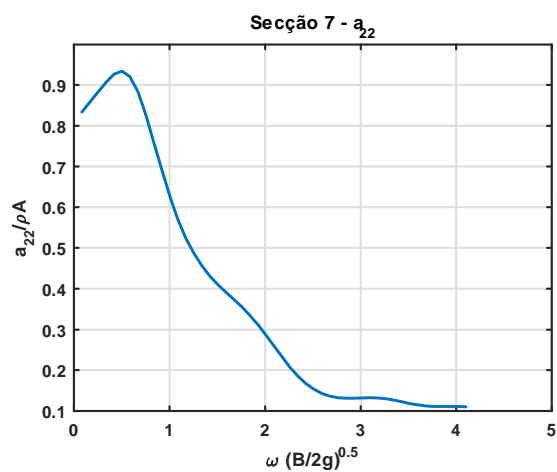
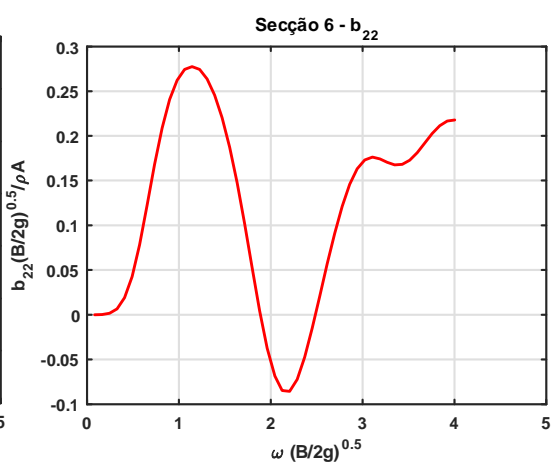
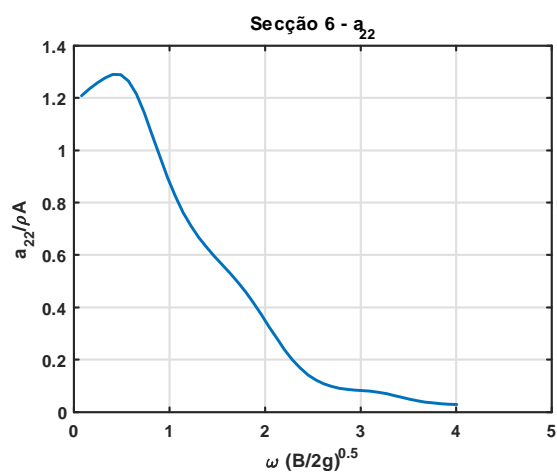


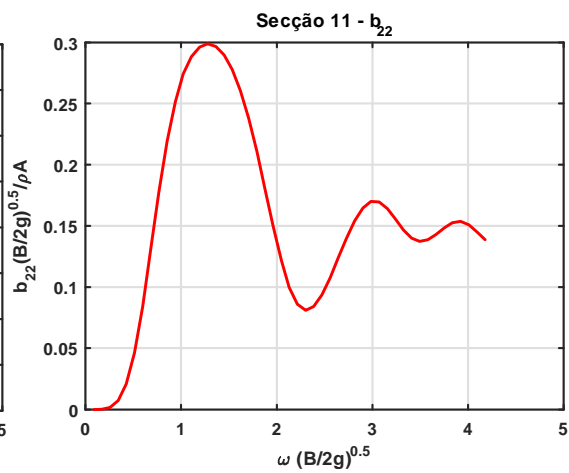
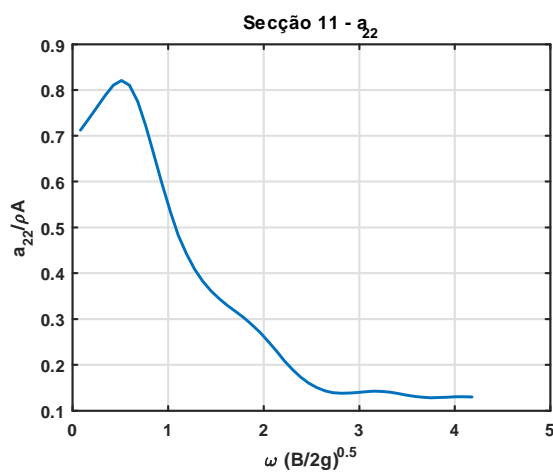
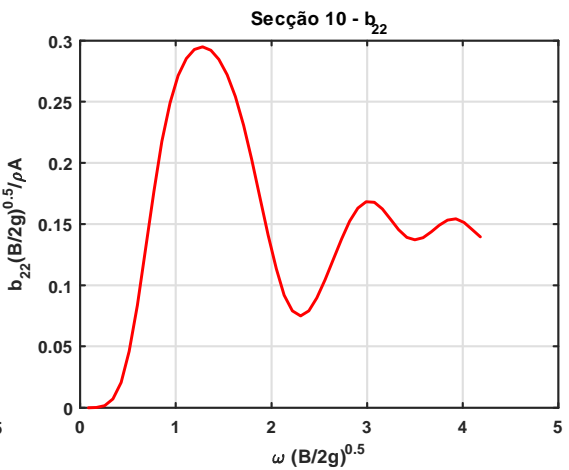
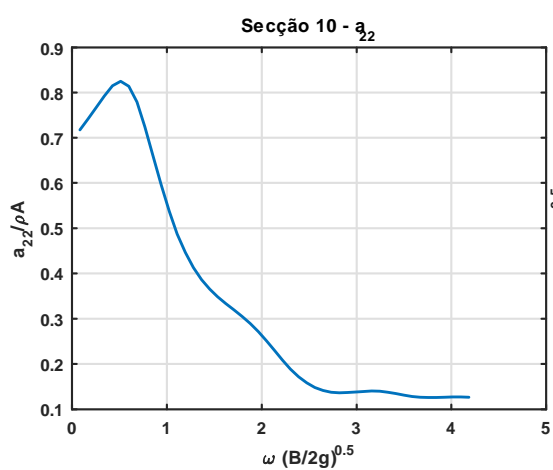
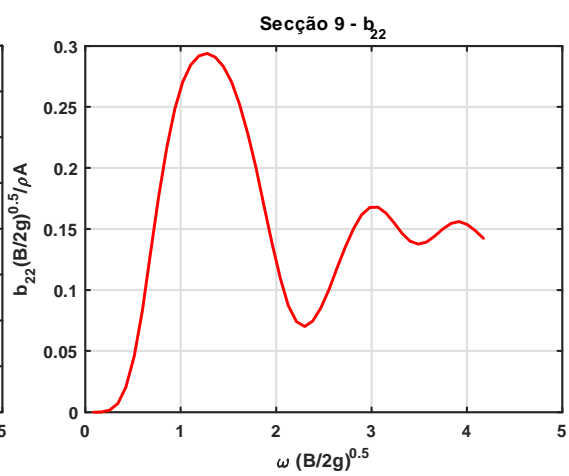
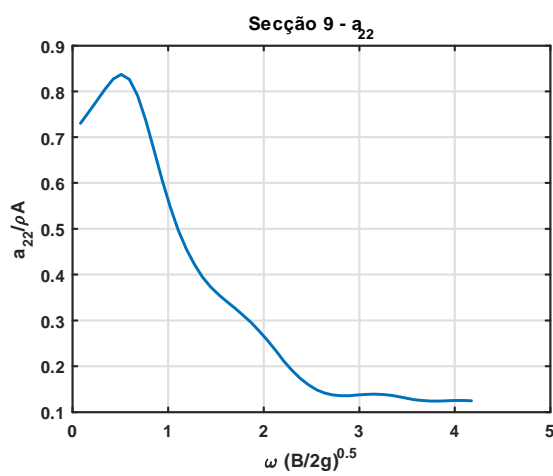


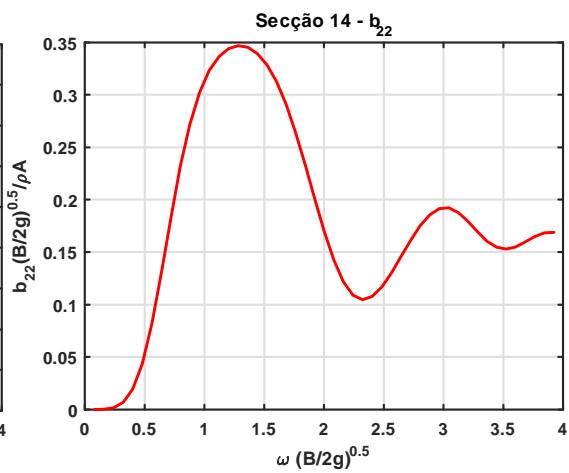
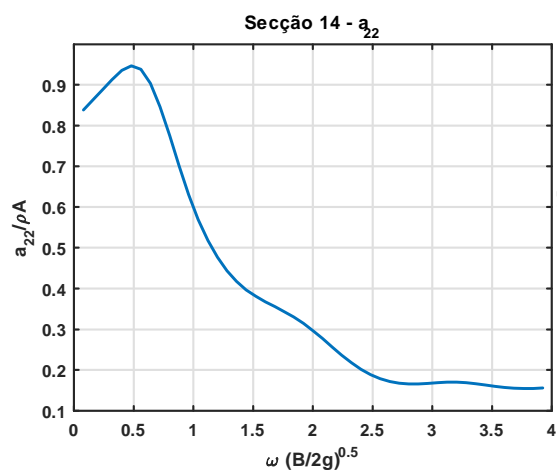
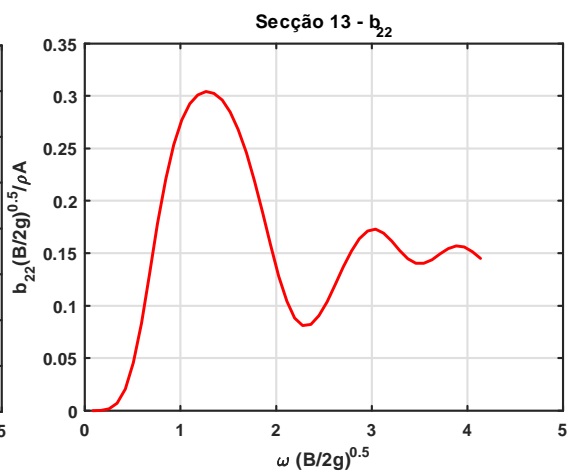
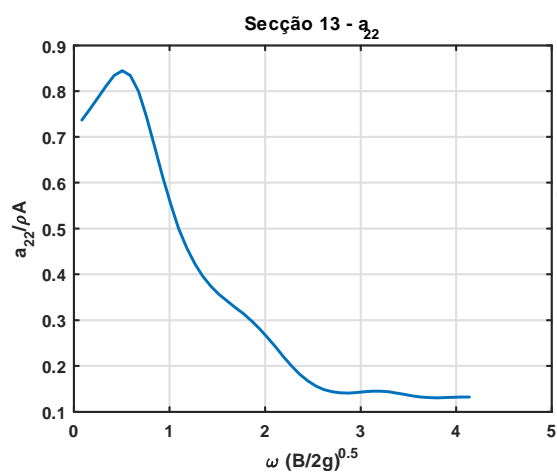
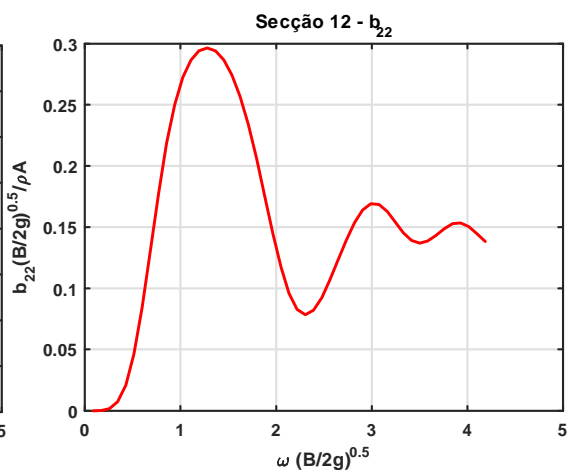
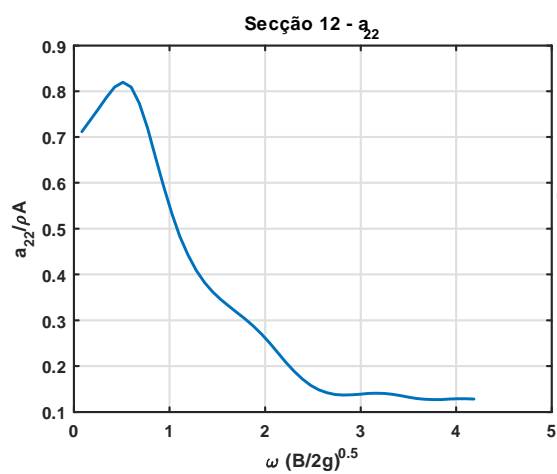
D.4 Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva (a_{22} e b_{22}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.

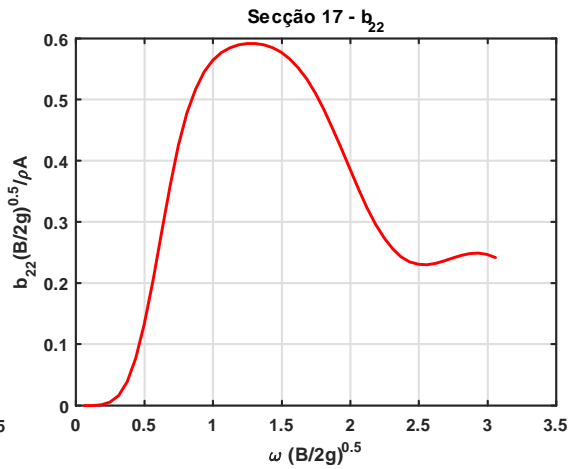
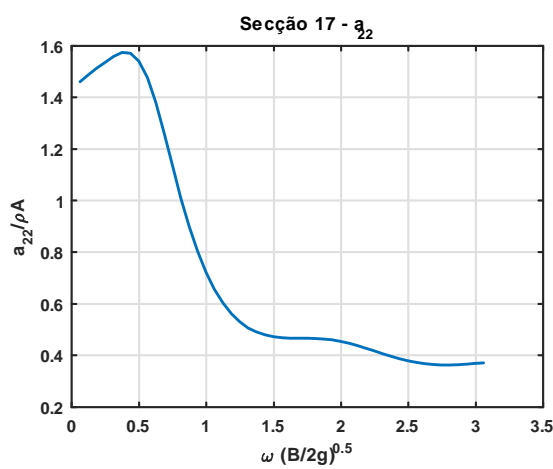
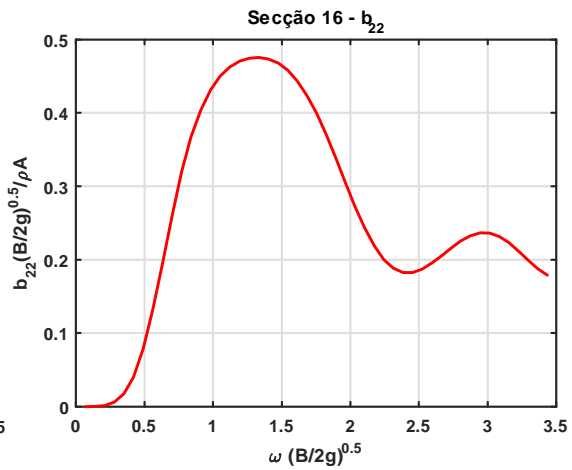
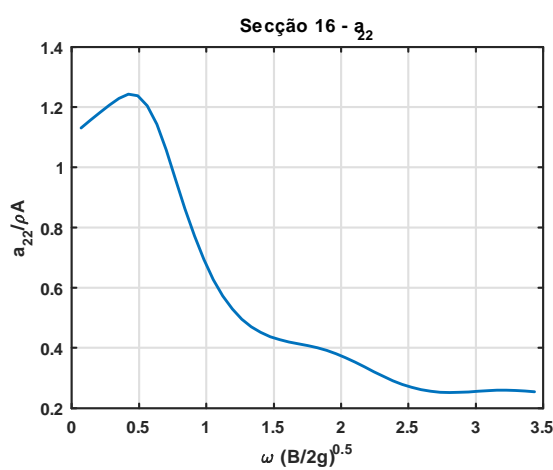
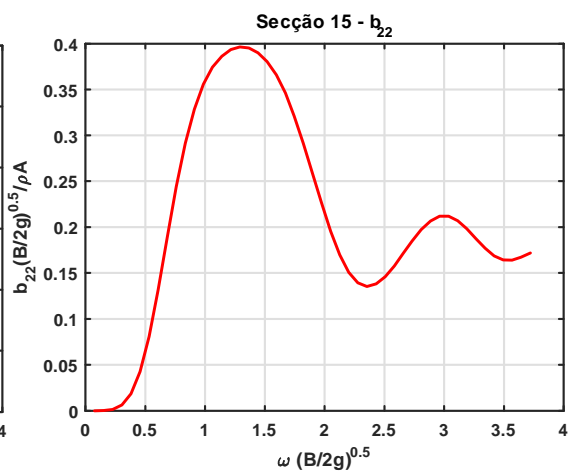
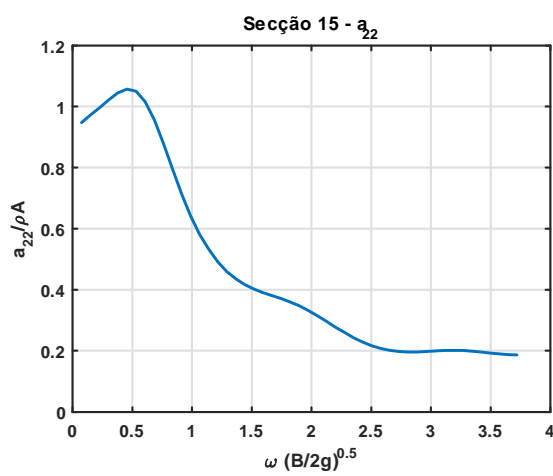


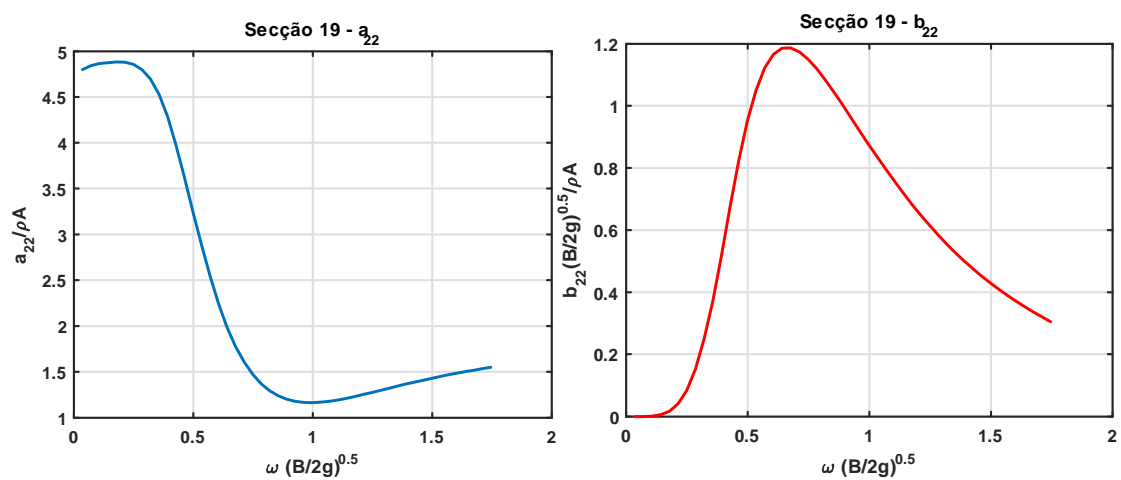
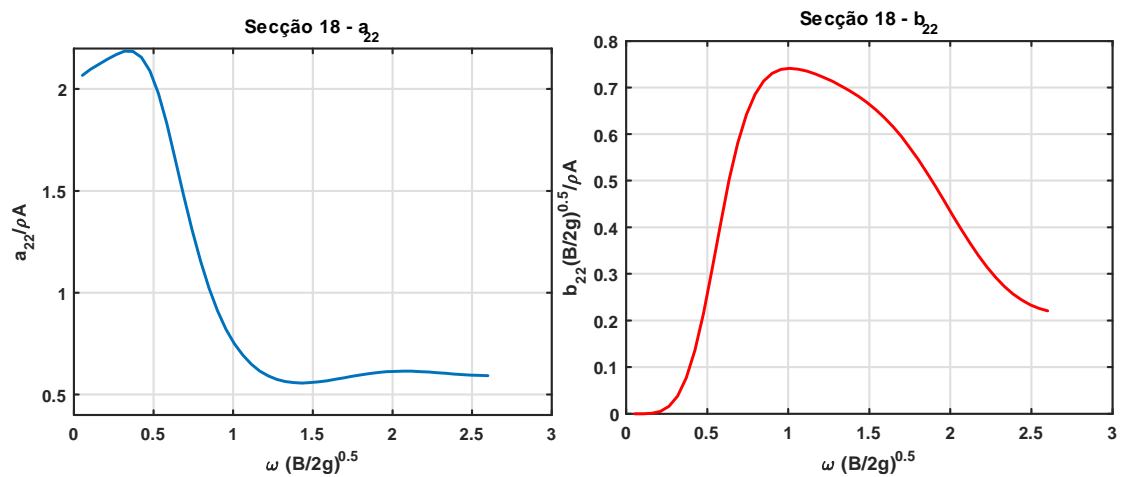
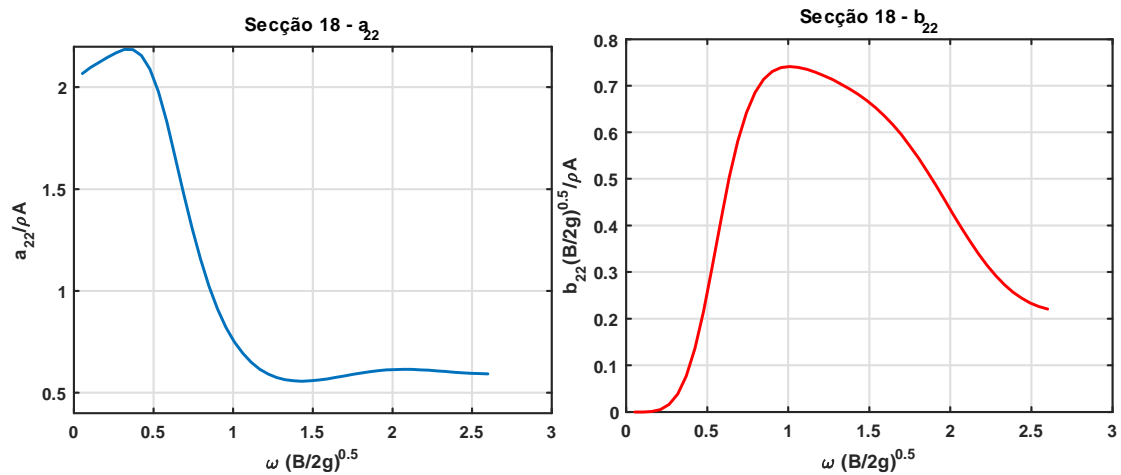


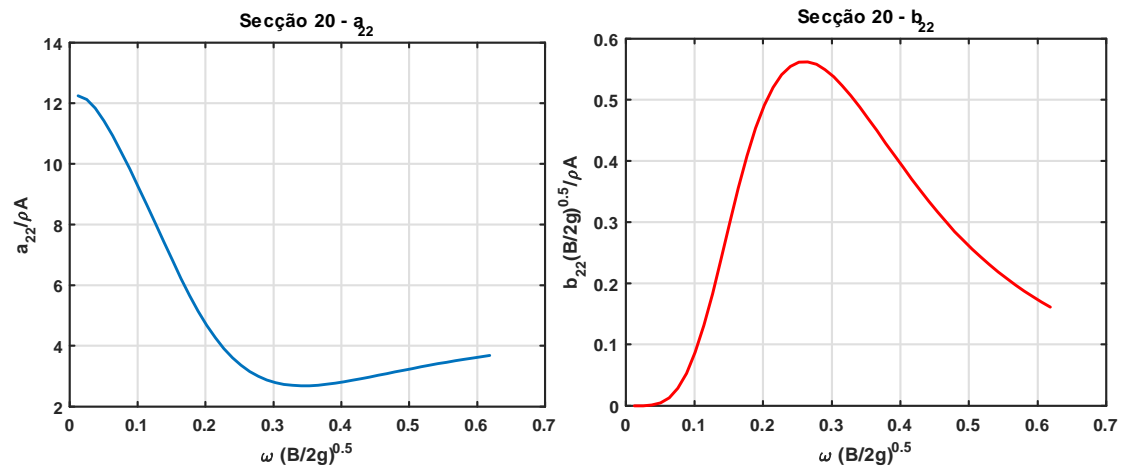




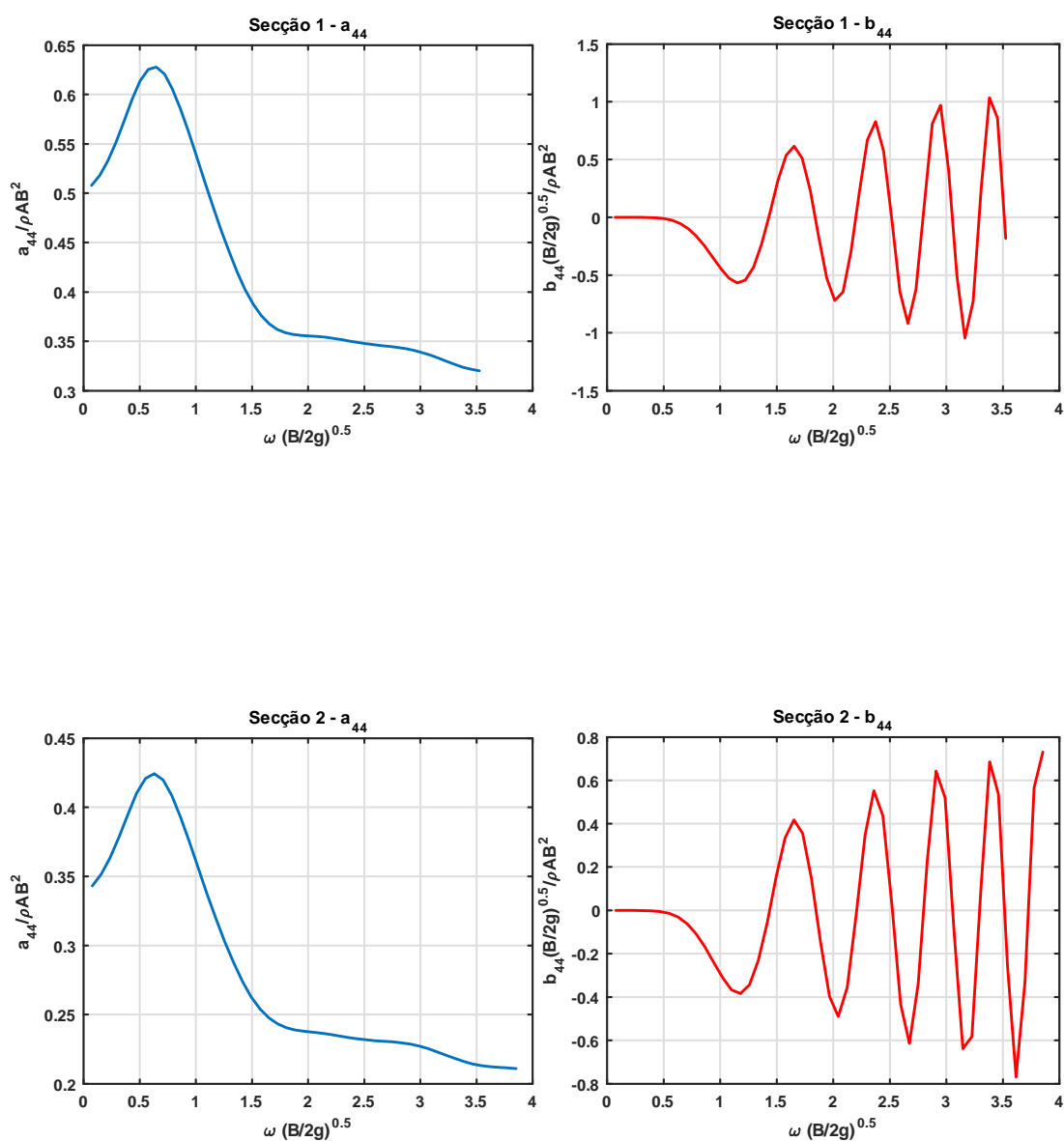


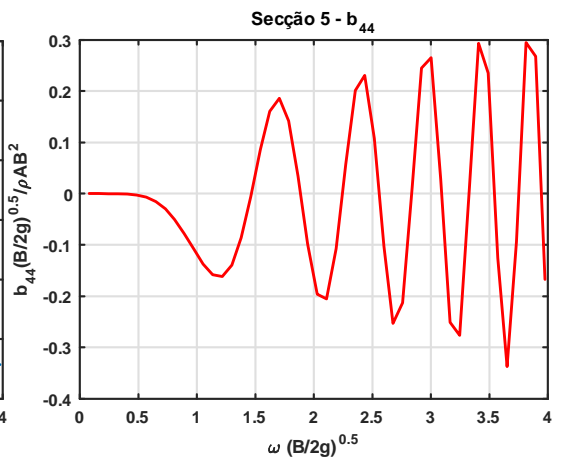
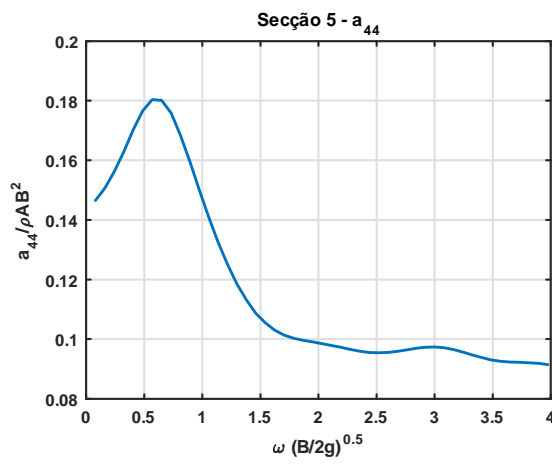
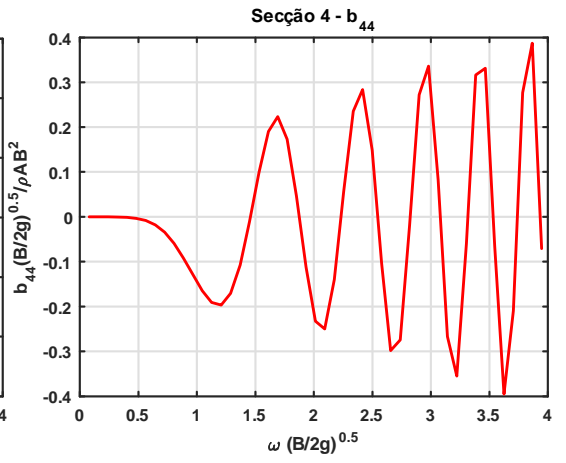
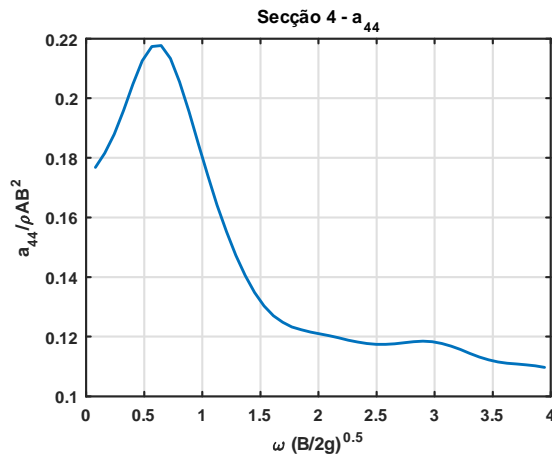
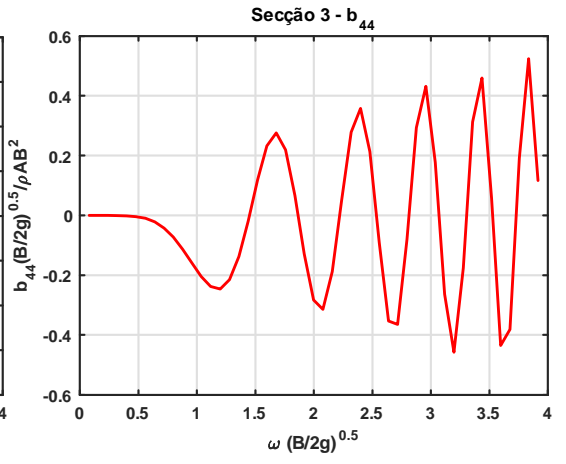
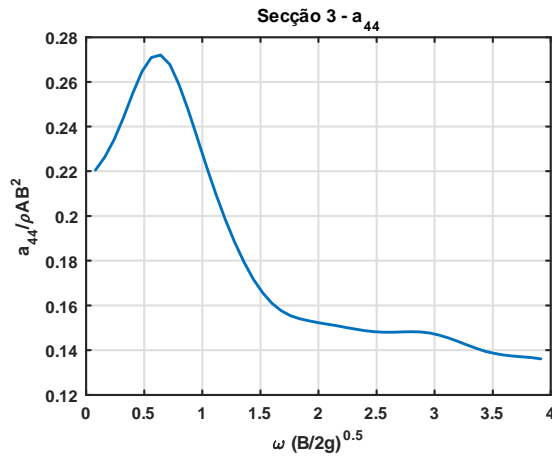


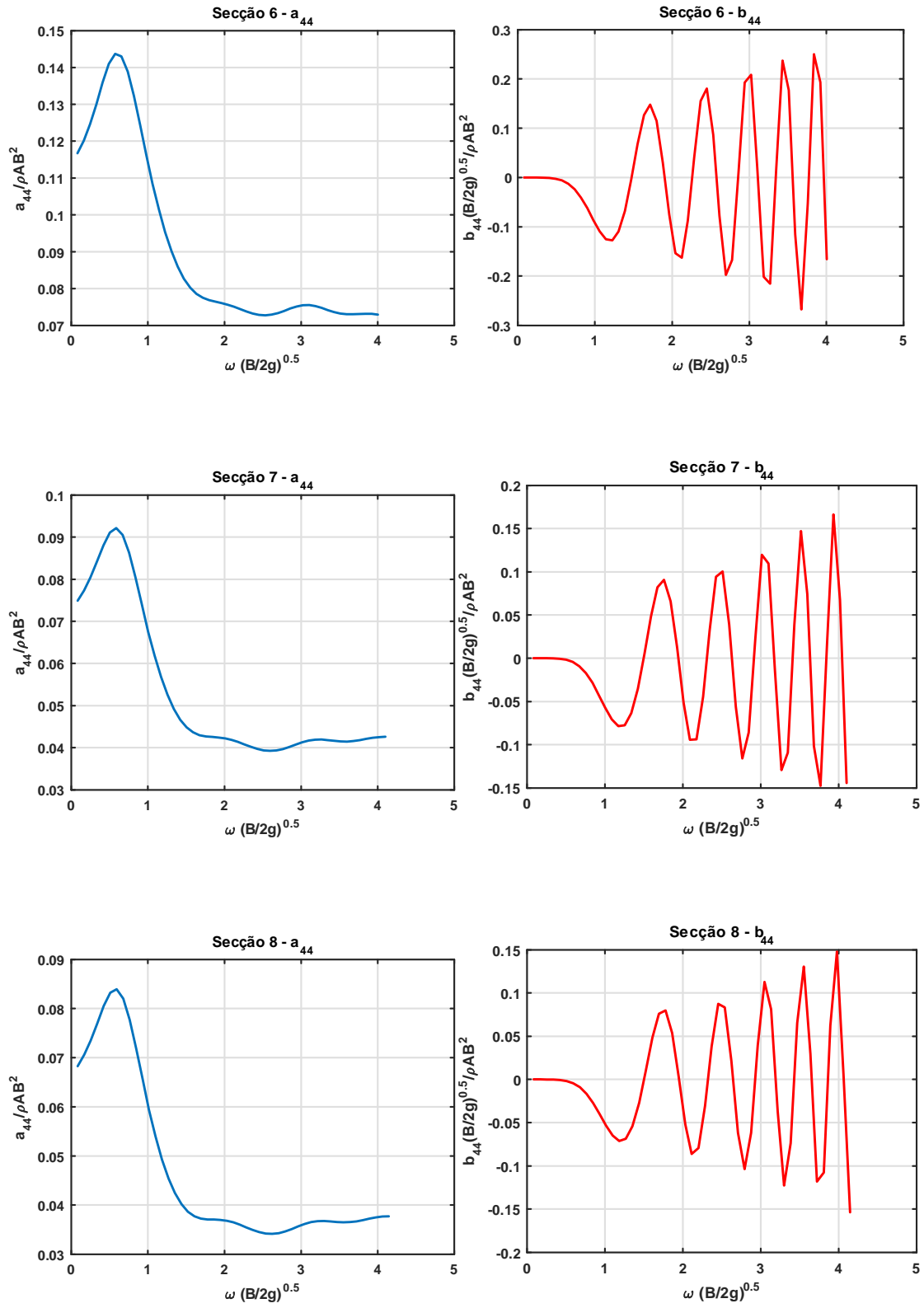


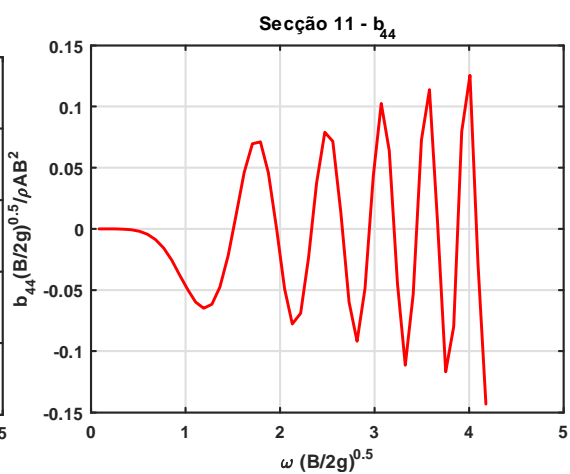
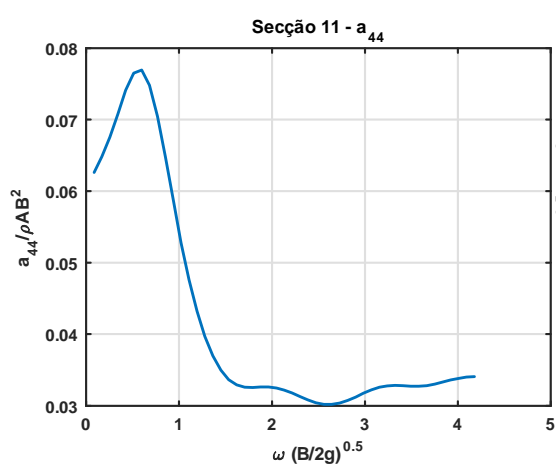
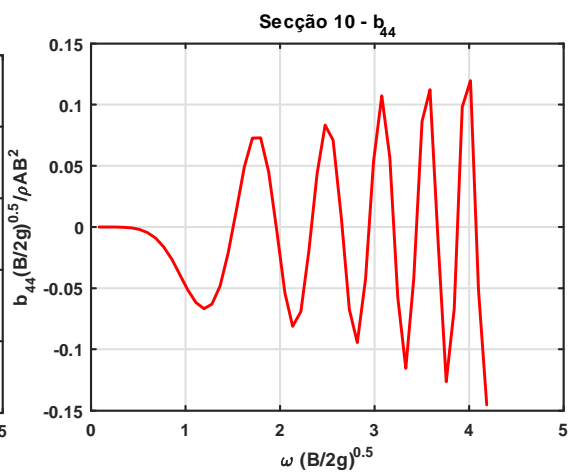
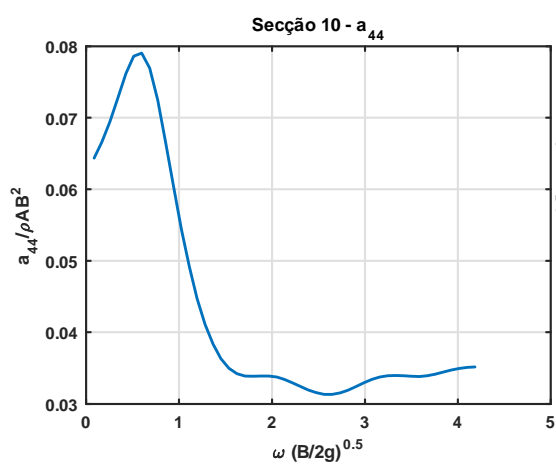
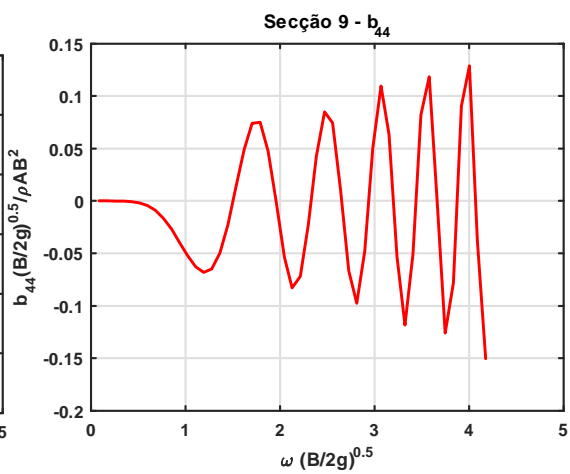
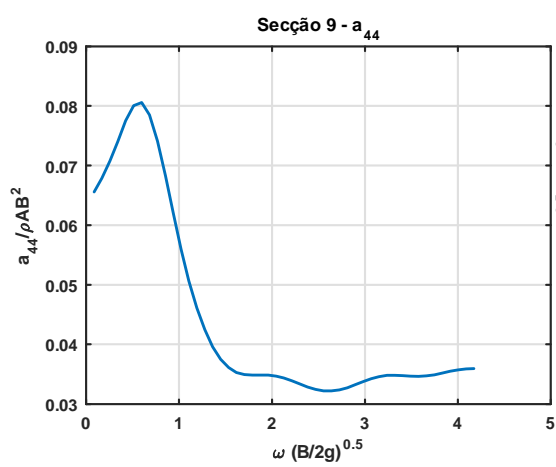


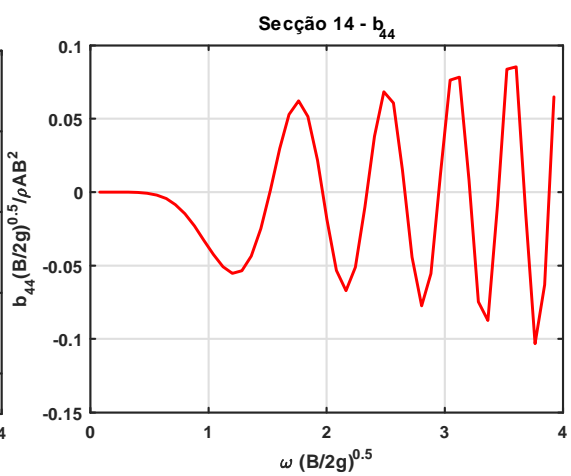
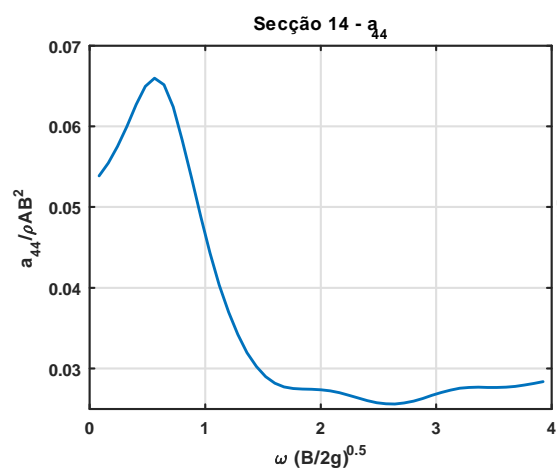
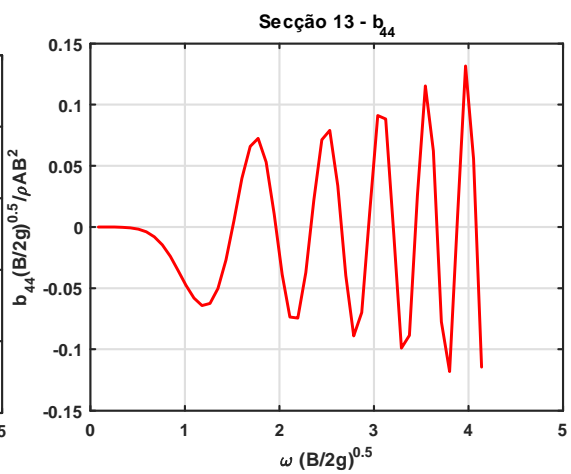
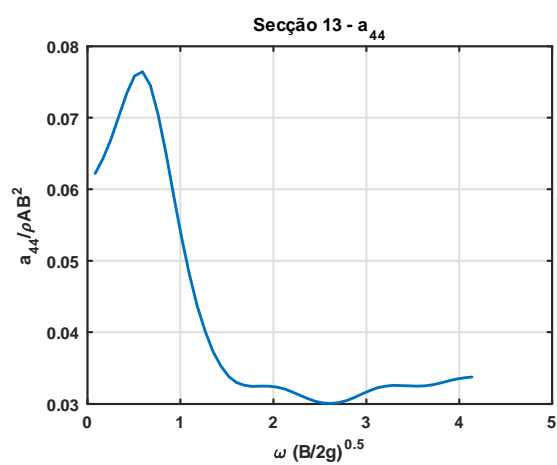
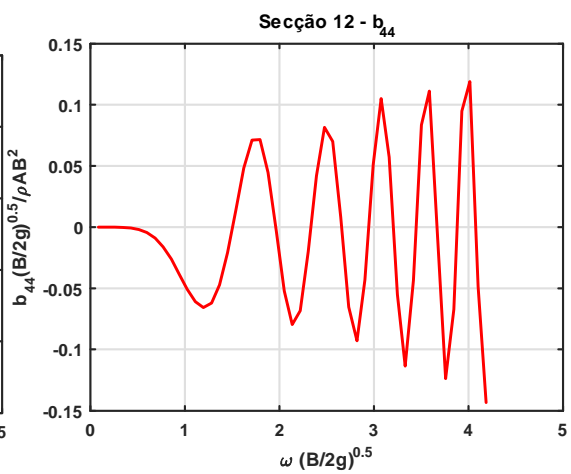
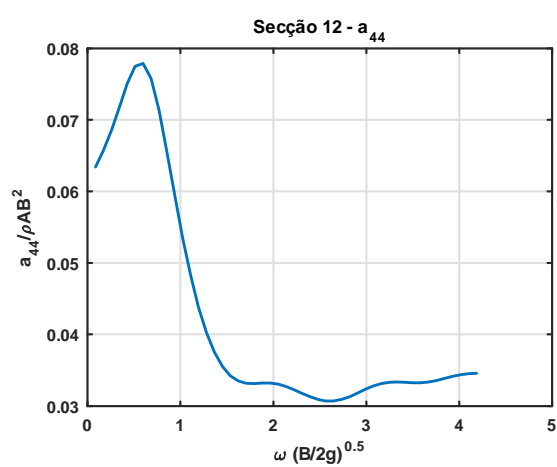
D.5 Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço (a_{44} e b_{44}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.

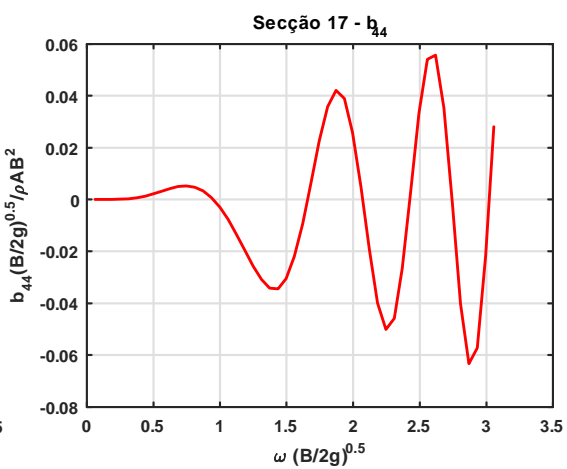
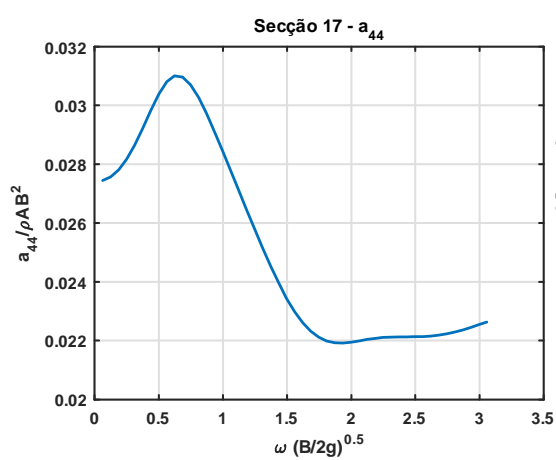
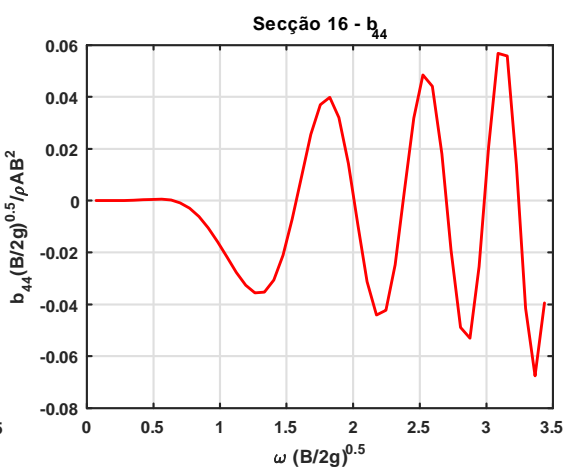
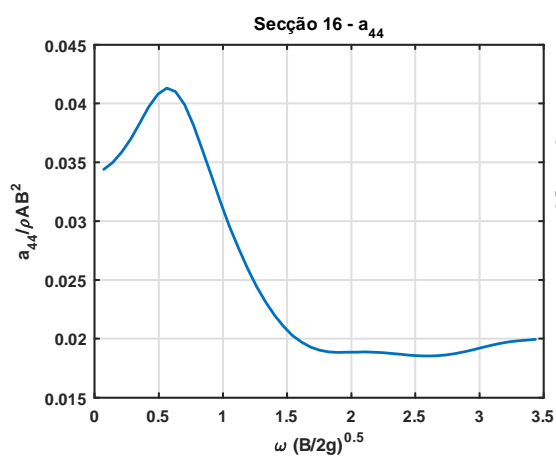
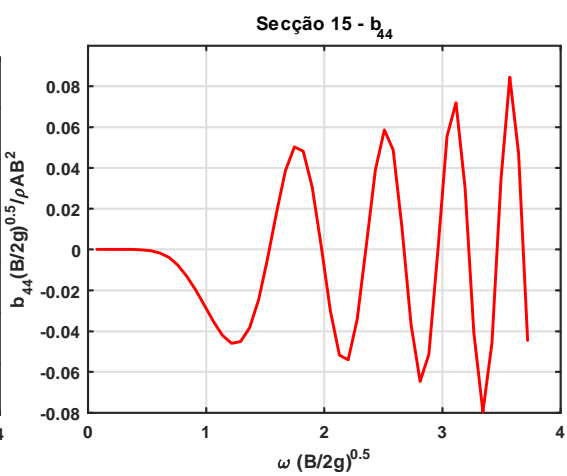
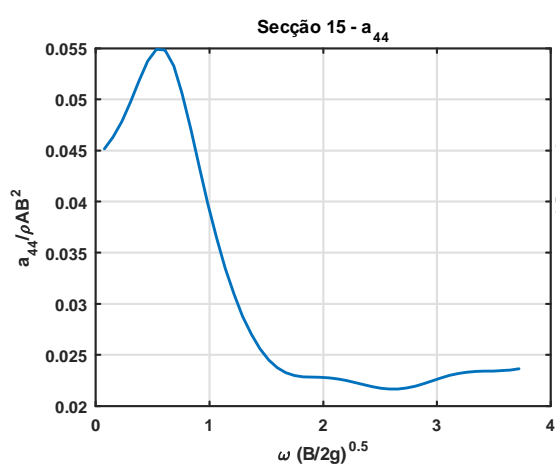


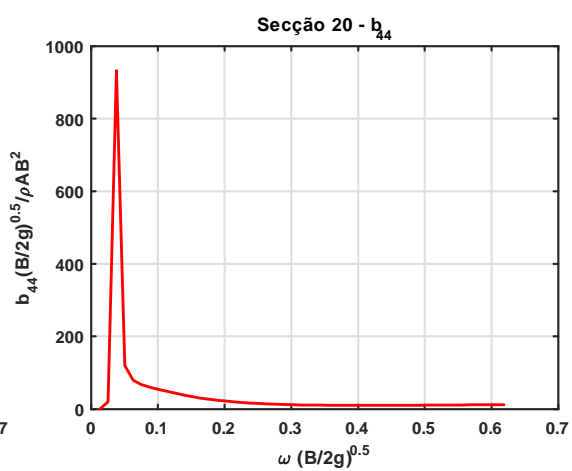
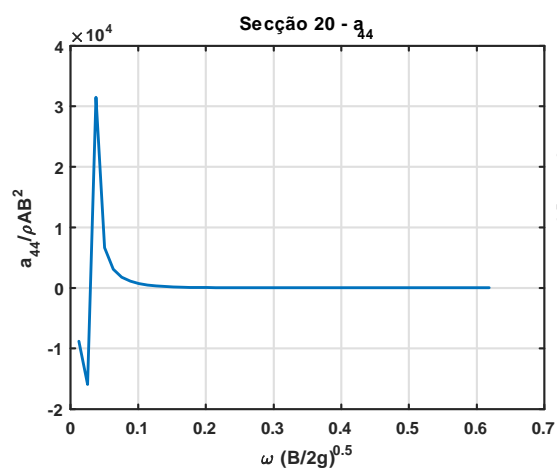
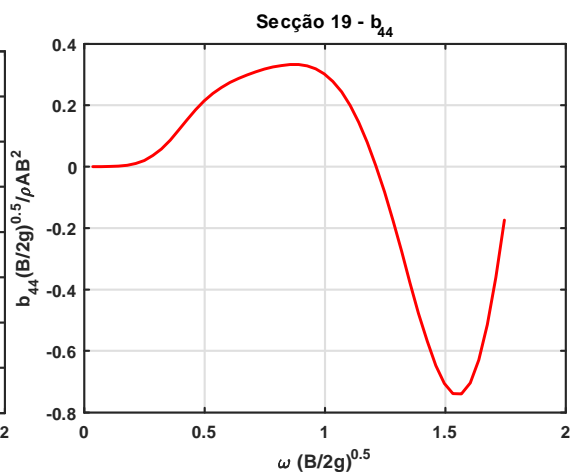
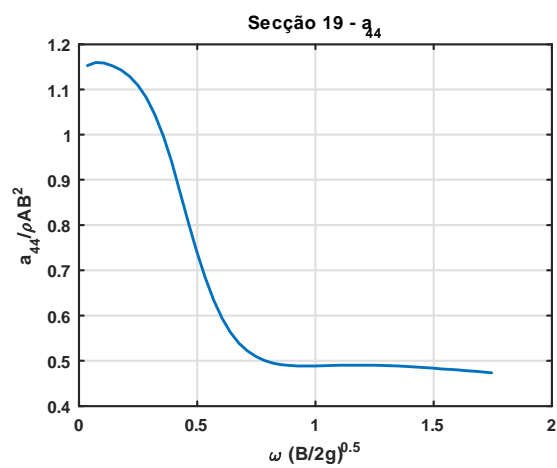
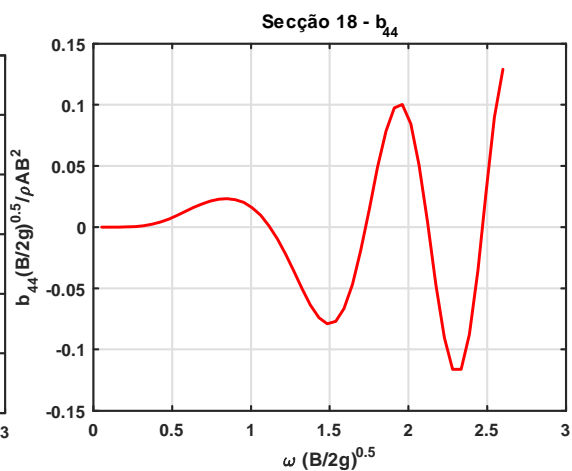
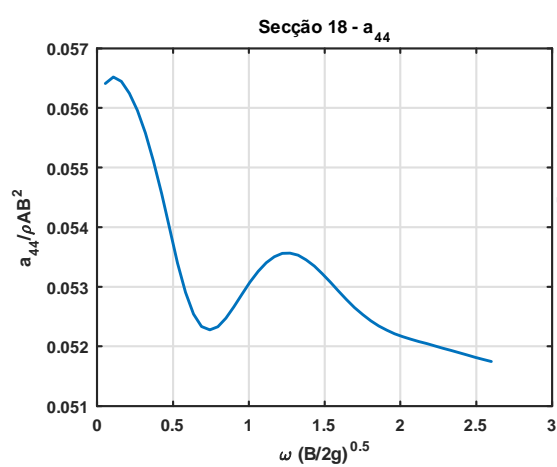




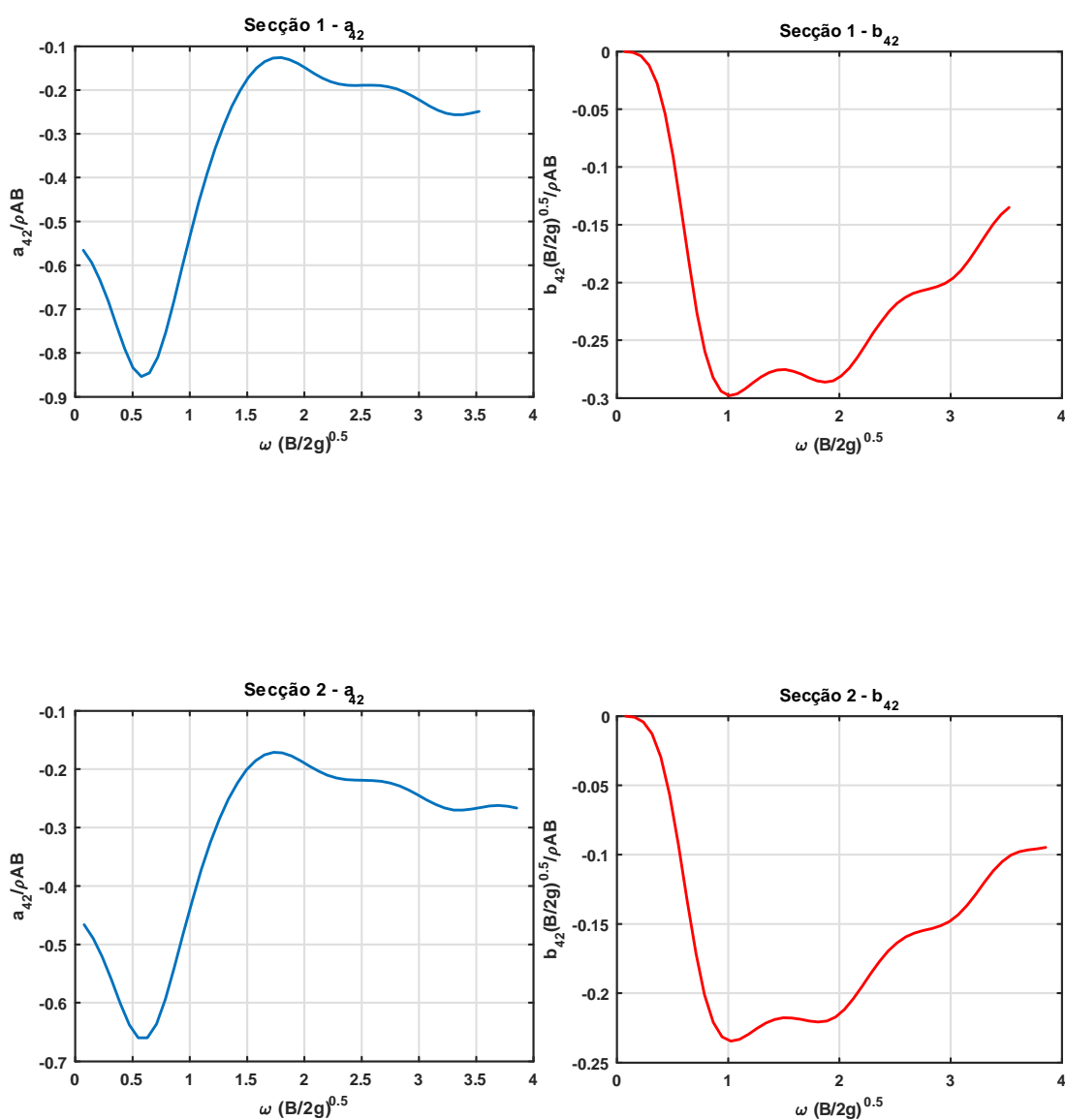


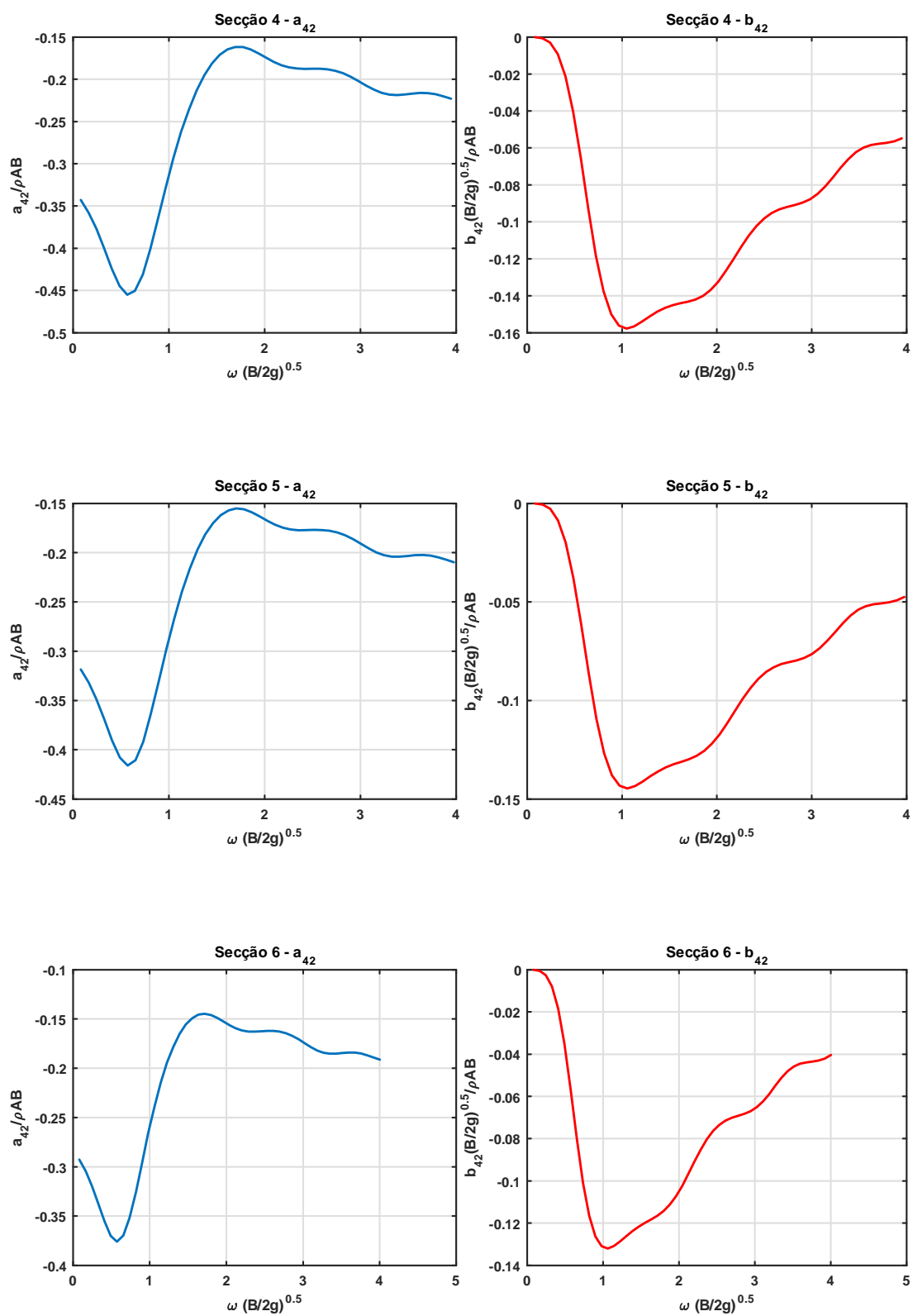


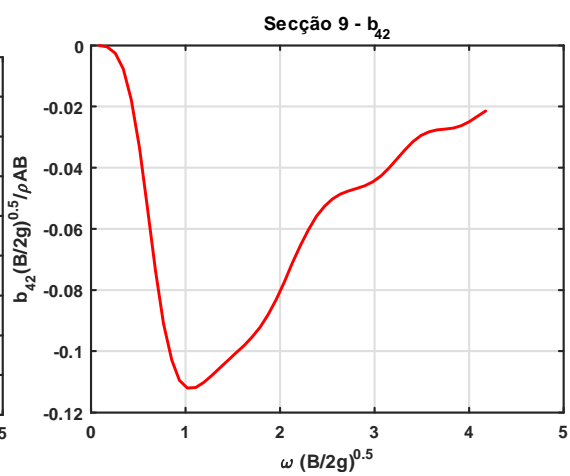
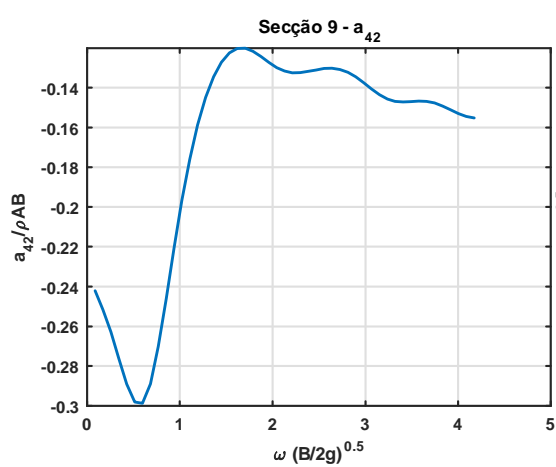
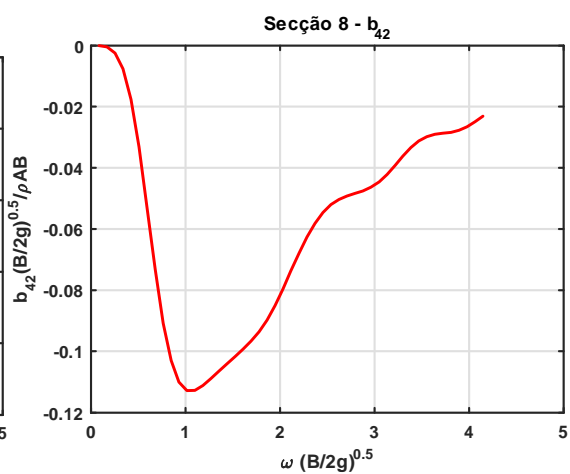
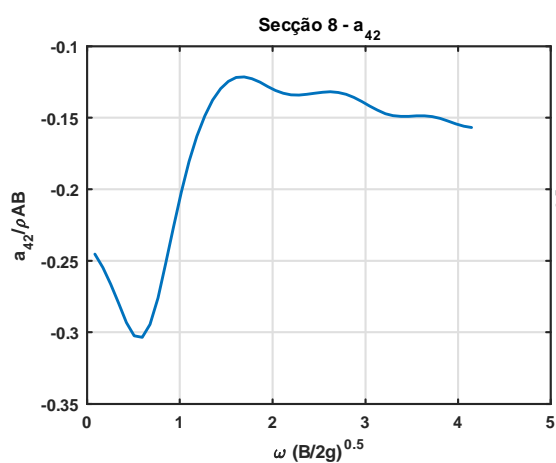
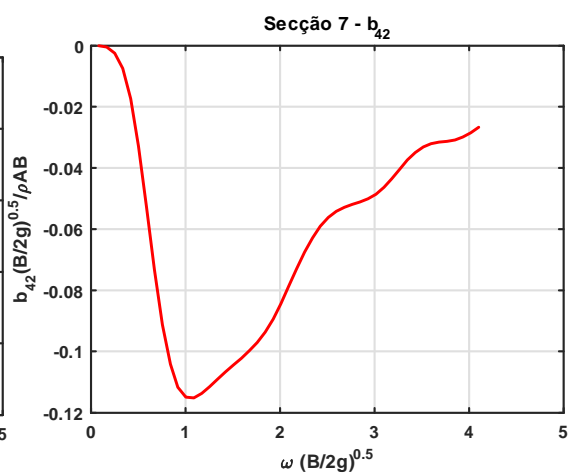
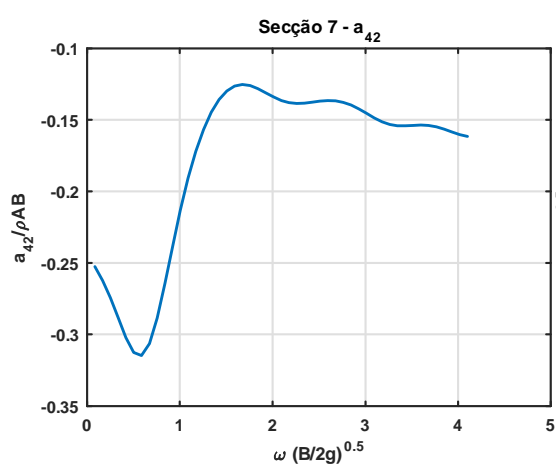


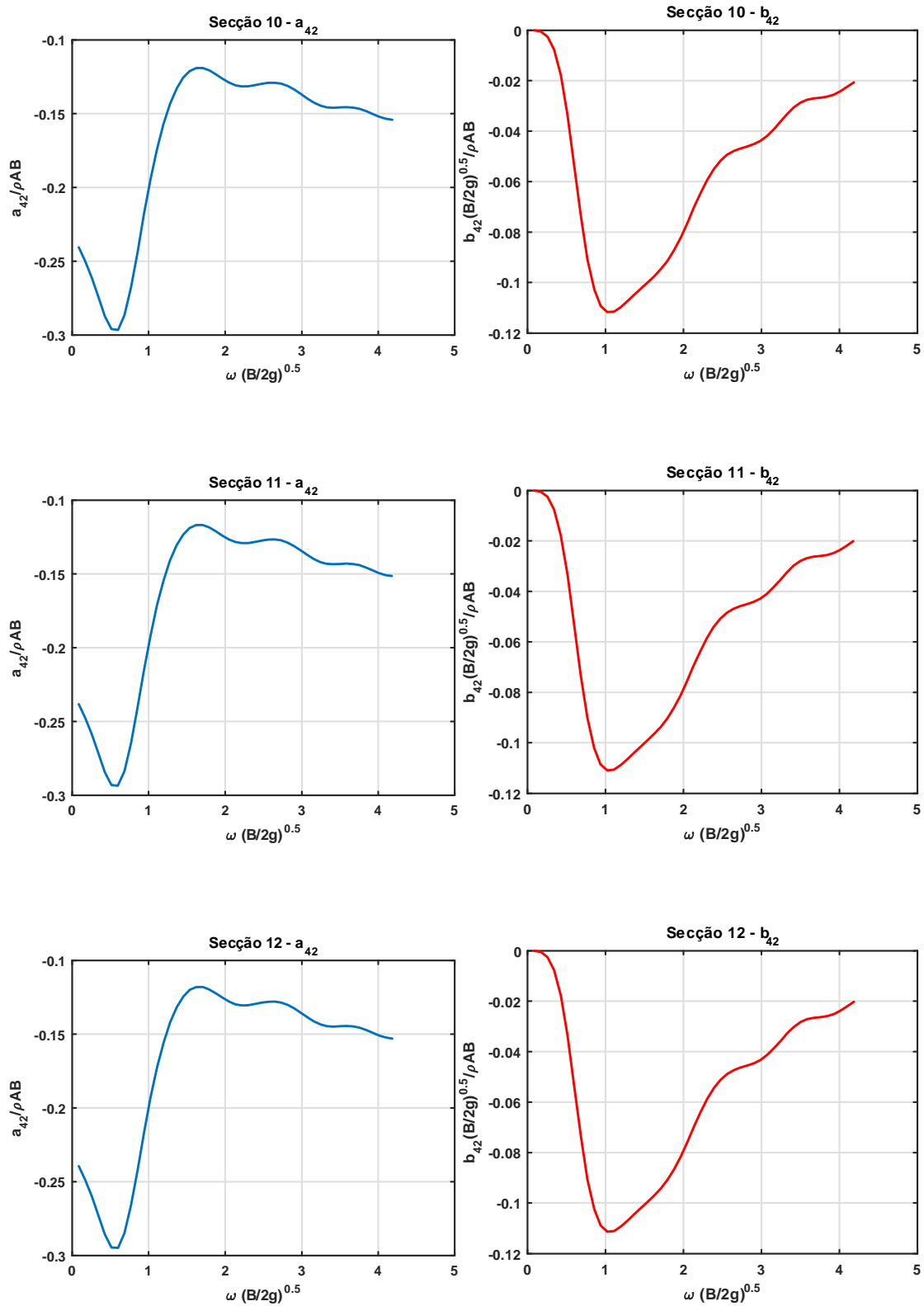


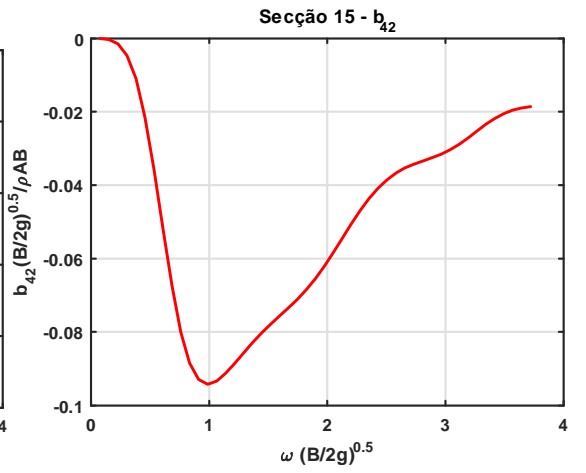
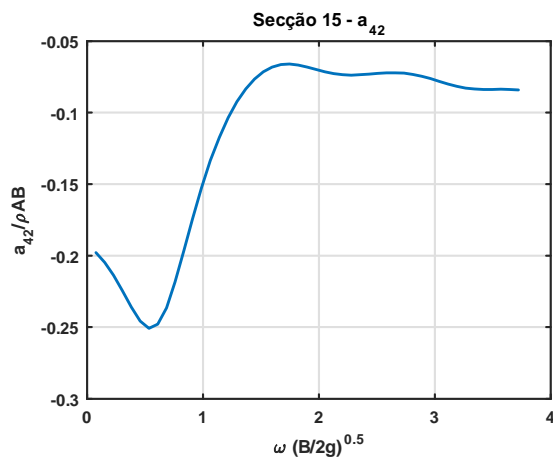
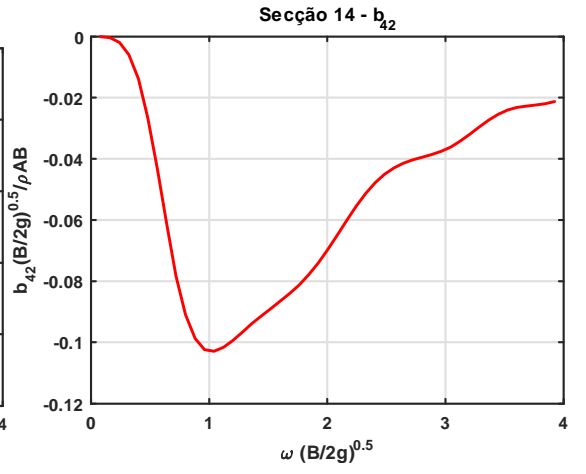
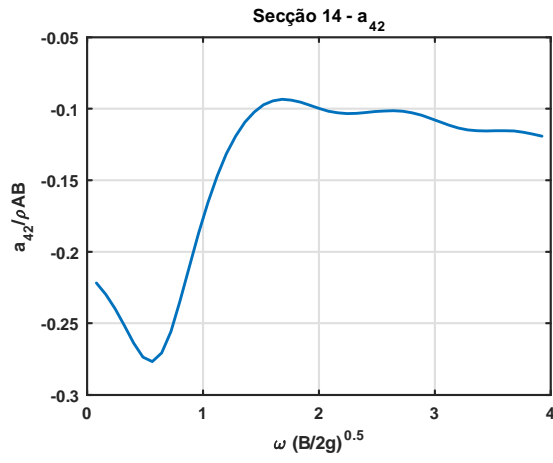
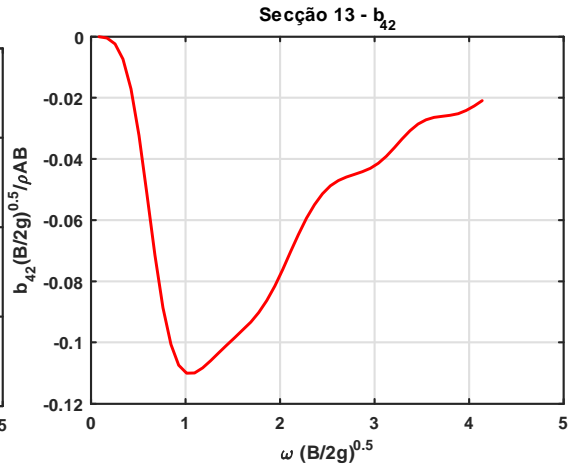
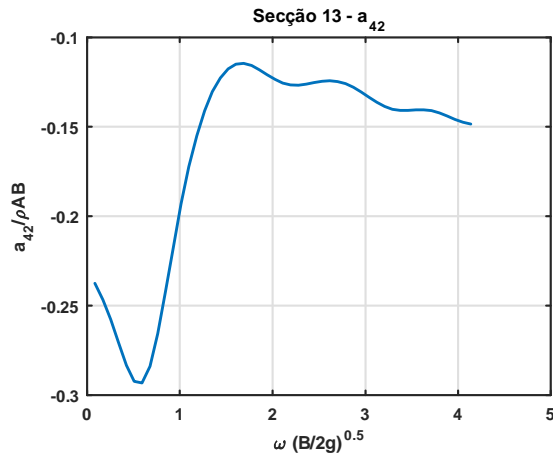
D.6 Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em balanço devido a deriva (a_{42} e b_{42}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.

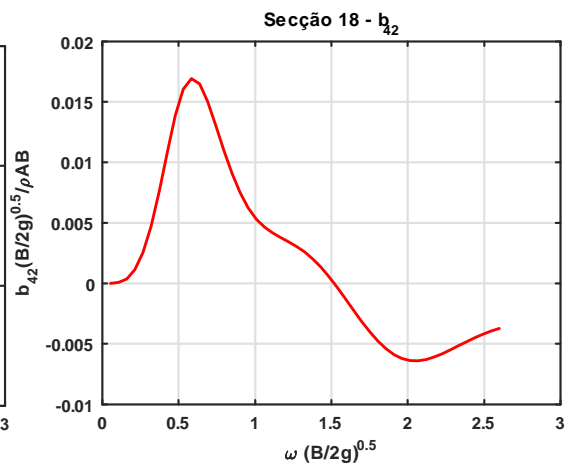
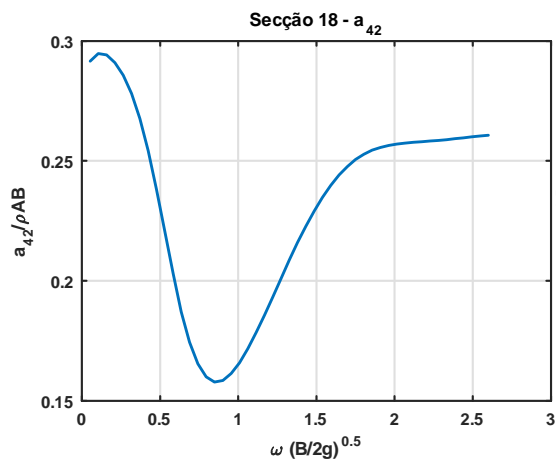
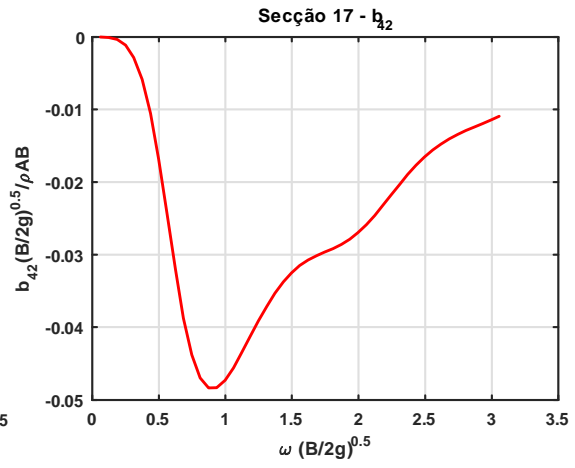
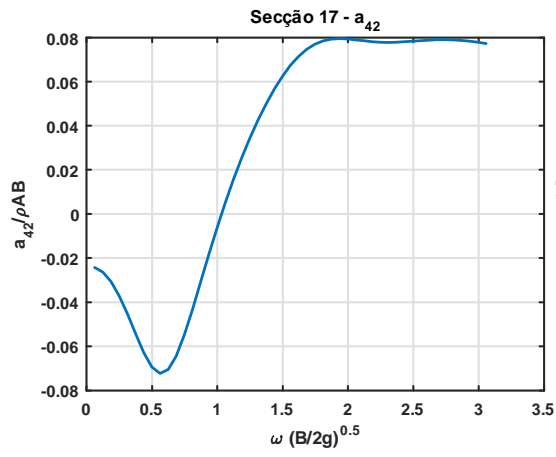
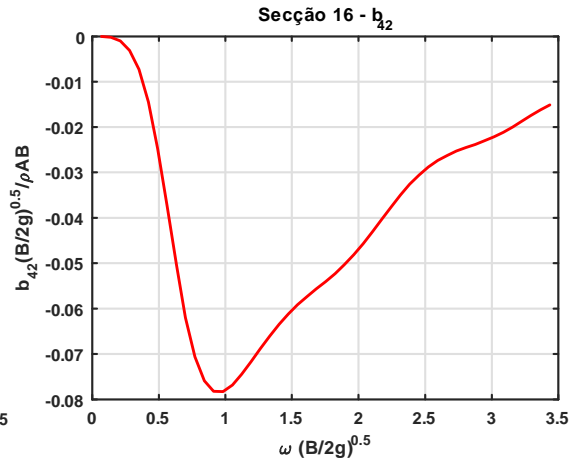
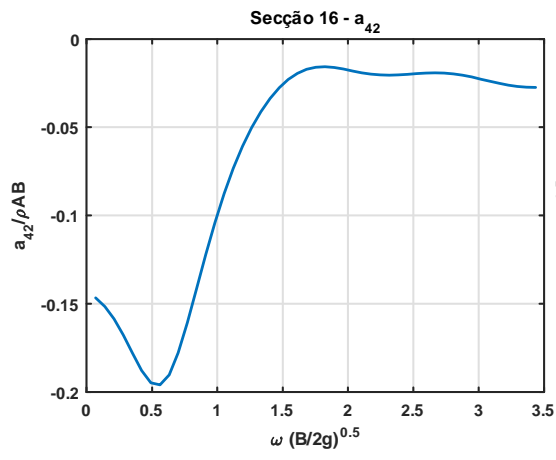


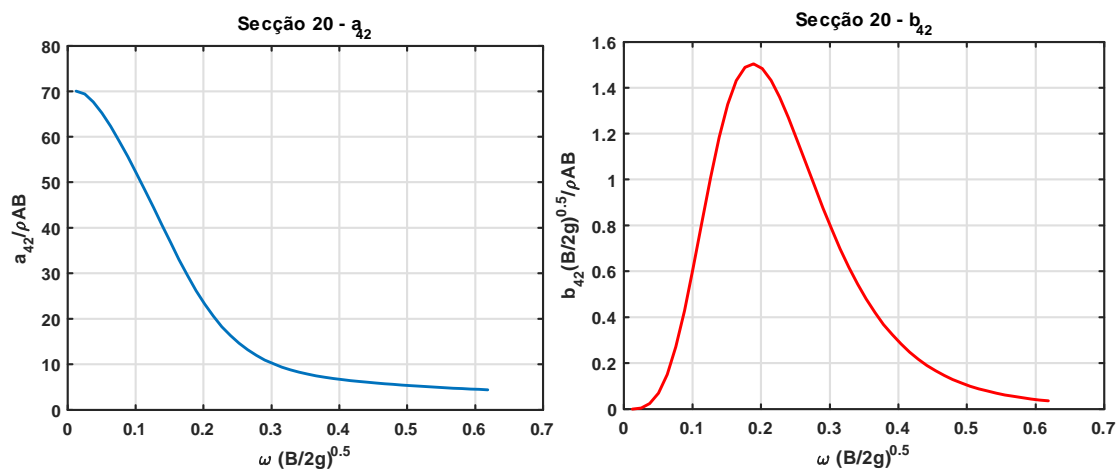
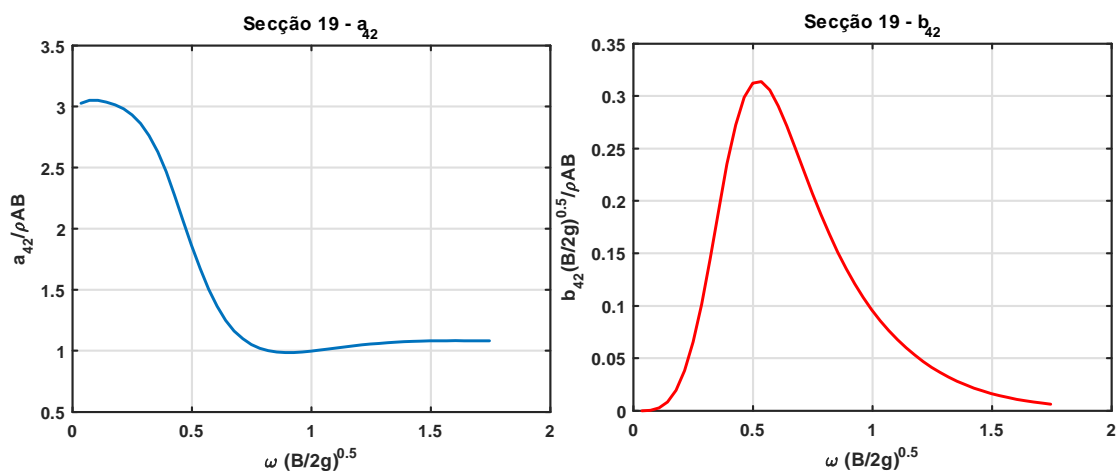












D.7 Curvas não-dimensionais dos coeficientes hidrodinâmicos em deriva devido a balanço (a_{24} e b_{24}) das 20 secções em que a fragata estudada da Marinha Portuguesa foi dividida.

